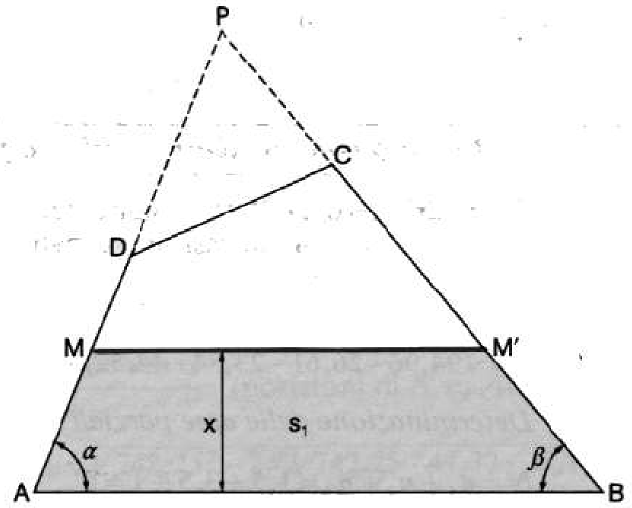
3. ESERCIZIO
(problema del trapezio)

Dall'appezzamento quadrilatero ABCD si deve staccare un'area trapezia ABM'M, di valore S_1 = 1505,25 m^2, mediante la dividente MM' parallela al lato AB (essendo M su DA e M' su BC).
Si conoscono i seguenti elementi:

AB = 83,25 m $\quad\alpha = D\hat{A}B = 67° \; 58' \; 15''\quad \beta = ABC = 50° \; 11' \; 12''$

Determinare la posizione della dividente MM' tramite le distanze dei suoi due punti estremi rispettivamente dai vertici A e B del quadrilatero.

Disegno:



Soluzione:

$$\alpha = 67°,9708 \quad \text{(decimalizzazione angolare)}$$
$$\beta = 50°,1867$$

a) Metodo della equazione di 2° grado:

$$ax^2 - bx + c = 0$$
$$a = \cot\alpha + \cot\beta = \cot 67°,9708 + \cot 50°,1867 = 1,238\ 181\ 1$$
$$b = 2AB = 2 \cdot 83,25 \text{ m}$$
$$c = 2s_1 = 2 \cdot 1\ 505,25 = 3\ 010,5 \text{ m}^2$$
$$1,238\ 181\ 1 \cdot x^2 - 2 \cdot 83,25 \cdot x + 3\ 010,5 = 0$$
$$x_{1/2} = \frac{83,25 \pm \sqrt{83,25^2 - 1,238\ 181\ 1 \cdot 3\ 010,5}}{1,238\ 181\ 1} =$$
$$= \frac{83,25 \pm 56,59}{1,238\ 181\ 1} = \begin{matrix} 112,94 & \text{(soluzione da scartare)} \\ 21,53 \text{ m} & \text{» buona)} \end{matrix}$$
$$AM = \frac{x}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{21,53}{\operatorname{sen} 67°,9708} = 23,22 \text{ m}$$
$$BM' = \frac{x}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{21,53}{\operatorname{sen} 50°,1867} = 28,03 \text{ m}$$

b) *Metodo dei triangoli simili*:

$$AP = AB \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } (\alpha + \beta)} = 83{,}25 \frac{\text{sen } 50°{,}1867}{\text{sen } 118°{,} 1575} = 72{,}53 \text{ m}$$

$$BP = AB \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } (\alpha + \beta)} = 83{,}25 \frac{\text{sen } 67°{,}9708}{\text{sen } 118°{,}1575} = 87{,}53 \text{ m}$$

$$S_{APB} = \frac{1}{2} AP \cdot BP \text{ sen} (\alpha + \beta) = \frac{1}{2} \cdot 72{,}53 \cdot 87{,}53 \cdot \text{sen } 118°{,}1575 = 2\ 798{,}61 \text{ m}^2$$

$$S_{MM'P} = S_{ABP} - s_1 = 2\ 798{,}61 - 1\ 505{,}25 = 1\ 293{,}36 \text{ m}^2$$

$$MP = AP \sqrt{\frac{S_{MM'P}}{S_{ABP}}} = 72{,}53 \sqrt{\frac{1\ 293{,}36}{2\ 798{,}61}} = 49{,}31 \text{ m}$$

$$M'P = BP \sqrt{\frac{S_{MM'P}}{S_{ABP}}} = 87{,}53 \sqrt{\frac{1\ 293{,}36}{2\ 798{,}61}} = 59{,}50 \text{ m}$$

$$AM = AP - MP = 72{,}53 - 49{,}31 = 23{,}33 \text{ m}$$

$$BM' = BP - M'P = 87{,}53 - 59{,}50 = 28{,}03 \text{ m}$$