NORME TECNICHE PER LE COSTRUZIONI

MODULO 3

- *COSTRUZIONI DI CALCESTRUZZO* -

Relatore: Ing. Federico Carboni

Dottore di Ricerca in "Strutture e Infrastrutture"
presso l'Università Politecnica delle Marche

RESISTENZA A COMPRESSIONE CLS

Per il calcestruzzo armato, la resistenza di calcolo a compressione del calcestruzzo f_{cd} è

$$f_{cd} = 0{,}85 \cdot f_{ck} / 1{,}50$$

Essendo:

0,85 un fattore che tiene conto del calo di resistenza nella lunga durata

1,50 un fattore di sicurezza parziale del calcestruzzo (che può essere ridotto a 1,40 in caso di produzioni continuative soggette a controllo continuativo con sistema di qualità)

f_{ck} è la resistenza caratteristica cilindrica a compressione del calcestruzzo a 28 giorni

La f_{ck} è espressa dal primo dei due numeri della sigla che esprime la classe di resistenza di un calcestruzzo, rappresentando il secondo numero la resistenza caratteristica cubica R_{ck}

Esempio :

Calcestruzzo **C25/30** $\Rightarrow f_{ck} = 25$ N/mm^2 $\Rightarrow f_{cd} = 14{,}16$ N/mm^2

Calcestruzzo **C28/35** $\Rightarrow f_{ck} = 28$ N/mm^2 $\Rightarrow f_{cd} = 15{,}86$ N/mm^2

Si precisa che in zona sismica non è ammesso l'uso di classi inferiori alla C20/25

Per elementi piani come solette o pareti che abbiano spessori inferiori ai 50 mm, la resistenza f_{cd} ottenuta dalla formula di cui sopra, va ridotta a 0,80 f_{cd}

RESISTENZA A TRAZIONE CLS

Per il calcestruzzo armato, la resistenza di calcolo a trazione del calcestruzzo f_{ctd} è

$$f_{ctd} = 0{,}70 \cdot (0{,}30 \cdot f_{ck}^{2/3}) / 1{,}50 \quad \text{(per classi} \leq C50/60)$$

$$f_{ctd} = 0{,}70 \cdot (2{,}12 \cdot \ln(1 + (f_{ck} + 8) / 10) / 1{,}50 \quad \text{(per classi} > C50/60)$$

Essendo:

0,70 un fattore che serve per passare dal valore medio della resistenza al frattile inferiore

1,50 un fattore di sicurezza parziale del calcestruzzo (che può essere ridotto a 1,40 in caso di produzioni continuative soggette a controllo continuativo con sistema di qualità)

f_{ck} è la resistenza caratteristica cilindrica a compressione del calcestruzzo a 28 giorni

Esempio:

Calcestruzzo **C25/30** $\Rightarrow f_{ck} = 25$ N/mm^2 $\Rightarrow f_{ctd} = 1{,}19$ N/mm^2

Calcestruzzo **C28/35** $\Rightarrow f_{ck} = 28$ N/mm^2 $\Rightarrow f_{ctd} = 1{,}29$ N/mm^2

Per elementi piani come solette o pareti che abbiano spessori inferiori ai 50 mm, la resistenza f_{ctd} ottenuta dalla formula di cui sopra, va ridotta a 0,80 f_{ctd}

MODULO ELASTICO CLS

In sede di progettazione, il modulo elastico del calcestruzzo E_{cm} può assumersi pari a

$$E_{cm} = 22000 \cdot ((f_{ck} + 8) / 10)^{0,3} \qquad [N/mm^2]$$

Esempio:

Calcestruzzo **C25/30** $\Rightarrow f_{ck} = 25\ N/mm^2 \Rightarrow E_{cm} = 31475,81\ N/mm^2$

Calcestruzzo **C28/35** $\Rightarrow f_{ck} = 28\ N/mm^2 \Rightarrow E_{cm} = 32308,25\ N/mm^2$

Nel caso di analisi elastica lineare, la norma suggerisce di valutare la rigidezza delle sezioni in calcestruzzo armato riferendosi al solo calcestruzzo ed adottando:

- **100% E_{cm}** per la determinazione degli effetti di azioni allo SLU e allo SLE
- **50% E_{cm}** per la determinazione degli effetti di deformazioni termiche, cedimenti e ritiro allo SLU
- **75% E_{cm}** per la determinazione degli effetti di deformazioni termiche, cedimenti e ritiro allo SLE

Rappresentando tali percentuali, in assenza di valutazioni più precise, rispettivamente la rigidezza della sezione interamente reagente (100%), la rigidezza della sezione fessurata (50%) e la rigidezza intermedia tra quella della sezione interamente reagente e quella della sezione fessurata (75%)

Per il coefficiente di *Poisson* inoltre può adottarsi un valore compreso tra
0,0 (valido per calcestruzzo fessurato) e 0,2 (valido per calcestruzzo non fessurato)

RESISTENZA BARRE DI ACCIAIO

Per il calcestruzzo armato, la resistenza di calcolo dell'acciaio f_{yd} è

$$f_{yd} = f_{yk} / 1{,}15$$

Essendo:

1,15 un fattore di sicurezza parziale dell'ascciaio

f_{ck} è la tensione caratteristica (convenzionale) di snervamento dell'acciaio

La f_{yk} è espressa dal numero contenuto nella sigla che esprime la classe di resistenza di un acciaio per calcestruzzo armato ordinario

Esempio:

Acciaio **B450A** $\Rightarrow f_{yk} = 450$ N/mm^2 $\Rightarrow f_{cd} = 391{,}30$ N/mm^2

Acciaio **B450C** $\Rightarrow f_{yk} = 450$ N/mm^2 $\Rightarrow f_{cd} = 391{,}30$ N/mm^2

Si precisa che in zona sismica si deve utilizzare di norma l'acciaio B450C

Si osserva quindi come i due nuovi acciai previsti dalle norme tecniche per le costruzioni per il calcestruzzo armato siano caratterizzati dai medesimi valori nominali delle tensioni di snervamento, variando le caratteristiche solo in campo post elastico e quindi in termini di duttilità

ADERENZA ACCIAIO-CALCESTRUZZO

Per il calcestruzzo armato, la resistenza di calcolo tangenziale di aderenza tra acciaio e cls f_{bd} è

$$f_{bd} = 2{,}25 \cdot \eta \cdot 0{,}70 \cdot (0{,}30 \cdot f_{ck}^{2/3}) / 1{,}50 \qquad \text{(per classi} \leq \text{C50/60)}$$

$$f_{bd} = 2{,}25 \cdot \eta \cdot 0{,}70 \cdot (2{,}12 \cdot \ln(1 + (f_{ck} + 8) / 10) / 1{,}50 \qquad \text{(per classi} > \text{C50/60)}$$

Essendo noto il significato dei simboli utilizzati, fatta eccezione per il fattore η, che assume il valore

$\eta = (132 - \phi) / 100$ (comunque $\eta = 1$ per barre di diametro ϕ non superiore ai 32 mm)

La norma prescrive inoltre che tale resistenza sia ridotta ulteriormente per 1,50 in caso di armature addensate ovvero di ancoraggi in zona di calcestruzzo teso

In tale ottica, in zona sismica la ciclicità delle azioni induce alternativamente la trazione su ciascuno dei lati di travi e pilastri, rendendo di fatto necessaria la riduzione nella quasi totalità dei casi

Esempio (avendo assunto η=1 e avendo diviso ulteriormente per 1,50 per ancoraggio in zona tesa):

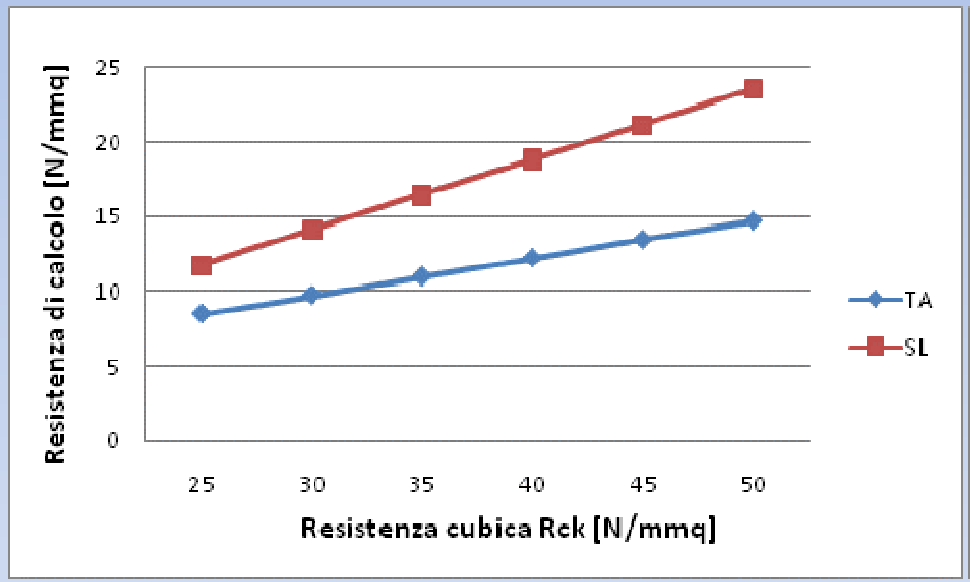
Calcestruzzo **C25/30** $\Rightarrow f_{ck} = 25$ N/mm^2 $\Rightarrow f_{bd} = 1{,}79$ N/mm^2

Calcestruzzo **C28/35** $\Rightarrow f_{ck} = 28$ N/mm^2 $\Rightarrow f_{bd} = 1{,}93$ N/mm^2

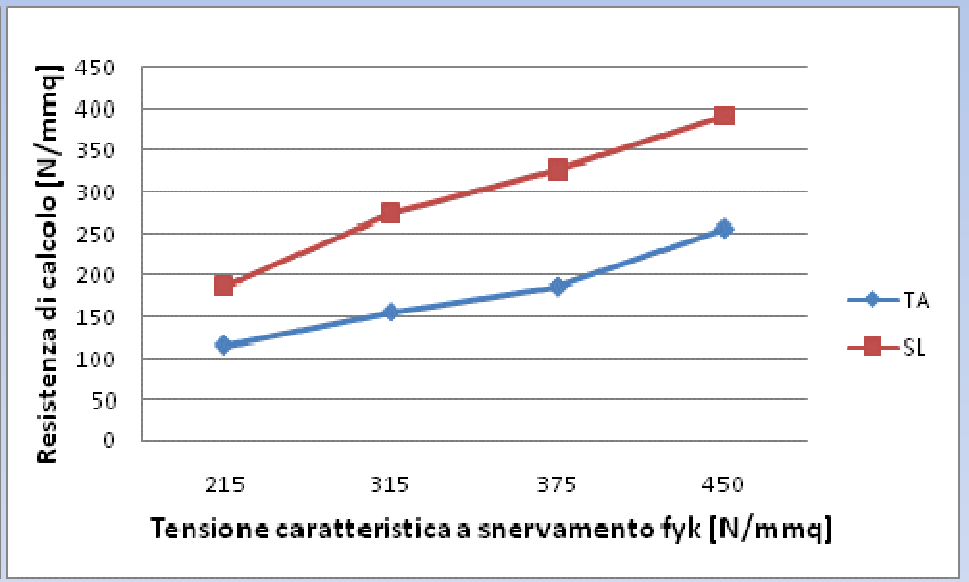
Ai fini della gerarchia delle resistenze, come auspicato in zona sismica, volendo garantire un ancoraggio in grado di sopportare la forza indotta dalla tensione a rottura delle barre (pari a 540 N/mm^2) per gli acciai di tipo B450A e B450C), si ottengono ancoraggi di $75\phi \div 70\phi$

CONFRONTO T.A. – STATI LIMITE

Da un confronto tra i valori delle resistenze di calcolo ottenute con il metodo alle tensioni ammissibili e le resistenze di calcolo ottenute con il metodo agli stati limite, può osservarsi come queste ultime siano maggiori di circa il 50% rispetto alle prime



CALCESTRUZZO



ACCIAIO

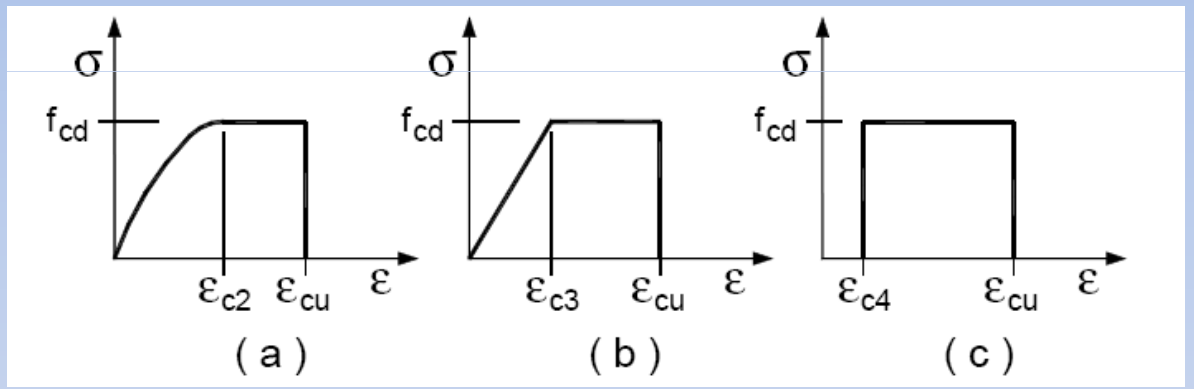
Tuttavia, ricordando una possibile combinazione fondamentale allo SLU, si osserva

$$1{,}3 \cdot G_1 + 1{,}5 \cdot G_2 + 1{,}0 \cdot P + 1{,}5 \cdot Q_{K1} + 1{,}5 \cdot \psi_{02} \cdot Q_{K2}$$

E' quindi riscontrabile come tanto le azioni quanto le resistenze risultino amplificate del 50%, rendendo di fatto il rapporto tra azioni sollecitanti e resistenti pressoché invariato

LEGAME COSTITUTIVO CALCESTRUZZO

Per il diagramma tensione-deformazione del calcestruzzo è possibile adottare opportuni modelli con andamento a parabola-rettangolo (a), triangolo-rettangolo (b) o più semplicemente a rettangolo (c), definiti sulla base della resistenza di calcolo f_{cd} e della deformazione ultima a rottura ε_{cu}

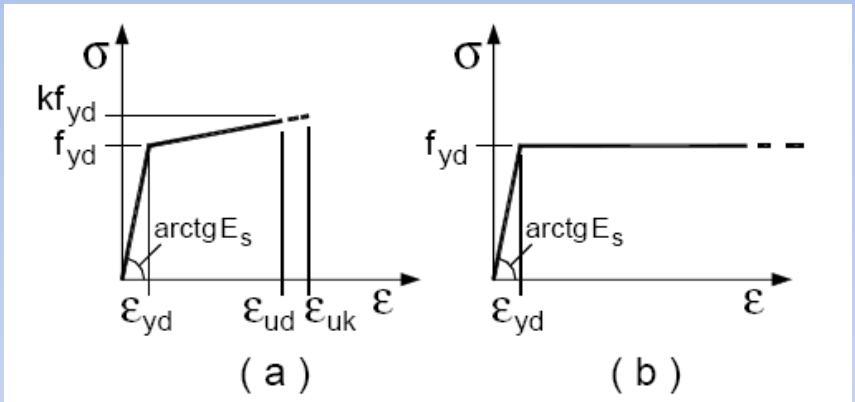


I valori per le classi ≤ C50/60 sono riportati a seguire, rimandando alle norme per le classi superiori

Diagramma (a)	Diagramma (b)	Diagramma (c)
$\varepsilon_{c2} = 0{,}20\%$	$\varepsilon_{c3} = 0{,}175\%$	$\varepsilon_{c4} = 0{,}07\%$
$\varepsilon_{cu} = 0{,}35\%$ (0,20% se solo compressione)	$\varepsilon_{cu} = 0{,}35\%$ (0,20% se solo compressione)	$\varepsilon_{cu} = 0{,}35\%$ (0,20% se solo compressione)
$\sigma_{(\varepsilon<\varepsilon_{c2})}=1000\cdot\varepsilon\cdot(1-250\cdot\varepsilon)\cdot f_{cd}$	$\sigma_{(\varepsilon<\varepsilon_{c3})}=\varepsilon/0{,}00175\cdot f_{cd}$	$\sigma_{(\varepsilon<\varepsilon_{c4})} = 0{,}00$

LEGAME COSTITUTIVO ACCIAIO PER C.A.

Per il diagramma tensione-deformazione dell'acciaio per c.a. è possibile adottare opportuni modelli con andamento bilineare finito con incrudimento (a) o elastico-perfettame plastico indefinito (b), definiti sulla base della resistenza di calcolo f_{yd} e della deformazione ultima a rottura ε_{ud}



Da cui, assumendo un modulo elastico del materiale $E_s = 206000\ N/mm^2$ si ottiene

Acciaio B450A	Acciaio B450C
$f_{yd} = 391{,}30\ N/mm^2$	$f_{yd} = 391{,}30\ N/mm^2$
$\varepsilon_{yd} = 0{,}19\%$	$\varepsilon_{yd} = 0{,}19\%$
$\varepsilon_{ud} \geq 2{,}25\%$	$\varepsilon_{ud} \geq 6{,}75\%$
$k \geq 1{,}05$	$1{,}15 \leq k < 1{,}35$

PRESSIONE SEMPLICE C.A.

Con riferimento alla verifica di resistenza di pilastri in calcestruzzo armato soggetti a sola compressione assiale, sono possibili due differenti procedimenti

Procedimento 1

Si effettua una verifica a pressoflessione assumendo comunque un momento sollecitante

$$M_{Ed} = e \cdot N_{ed}$$

Essendo **e** l'eccentricità da applicare al carico N_{ed} pari al 5% dell'altezza della sezione e ≥ 20 mm

Procedimento 2

Si effettua una verifica a compressione semplice assumendo una resistenza a compressione ridotta

$$N_{Rd} = 0{,}80 \cdot A_c \cdot f_{cd} + A_{s,tot} \cdot f_{yd}$$

Essendo A_c l'area del calcestruzzo e $A_{s,tot}$ l'area totale d'armatura

IPOTESI DI BASE COMPORTAMENTO C.A.

Per la valutazione della resistenza ultima a sforzo normale e flessione di elementi in calcestruzzo di classe non superiore alla C45/55, si adottano le seguenti ipotesi

Conservazione delle sezioni piane

- ε varia linearmente

Perfetta aderenza tra acciaio e calcestruzzo

- $\varepsilon_c = \varepsilon_s$

Resistenza a trazione del calcestruzzo nulla

- $f_{ctd} = 0$

Rottura del calcestruzzo determinata dal raggiungimento della sua deformazione ultima a compressione

- $\varepsilon_{cu} = 0{,}35\%$ in presenza di flessione
- $\varepsilon_{cu} = 0{,}20\%$ in presenza di sola compressione

Rottura dell'armatura tesa determinata dal raggiungimento della sua deformazione ultima

- Adottando un legame bilineare incrudente $\varepsilon_{cu} \geq 2{,}25\%$ per acciaio B450A e $\varepsilon_{cu} \geq 6{,}75\%$ per acciaio B450C
- Adottando un legame perfettamente plastico l'acciaio non giunge mai a rottura

CONFRONTO T.A. – STATI LIMITE

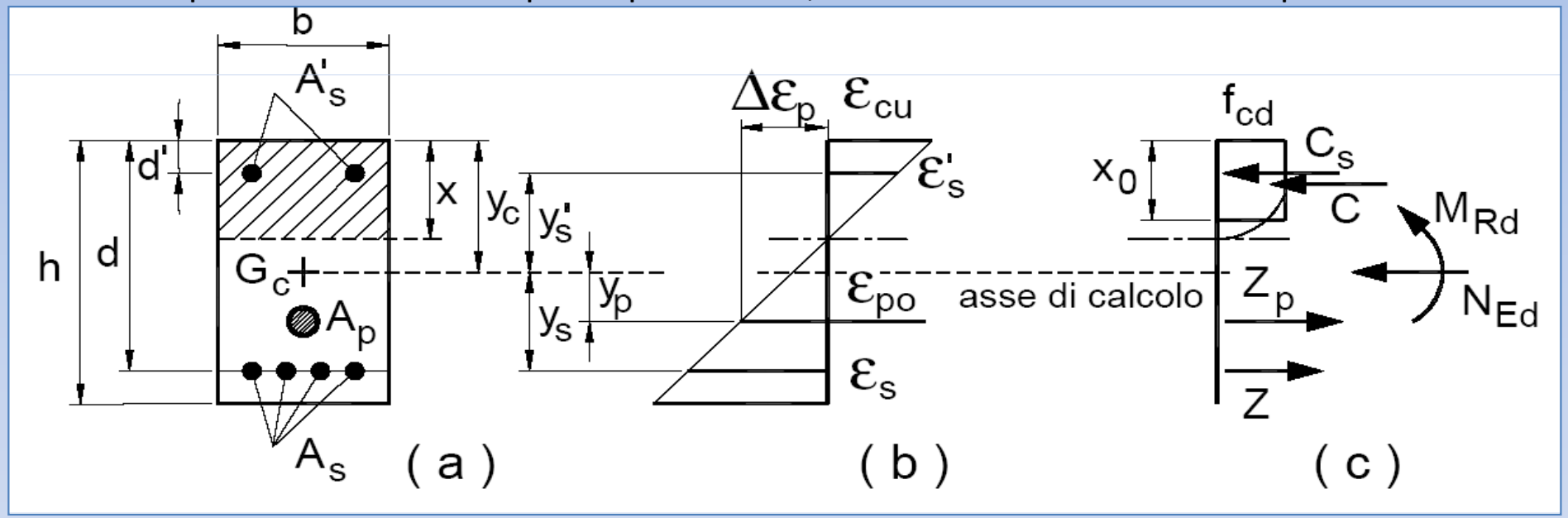
Le ipotesi introdotte sono sostanzialmente le stesse alla base del calcolo alle tensioni ammissibili

TENSIONI AMMISSIBILI	STATI LIMITE
Conservazione delle sezioni piane	Conservazione delle sezioni piane
Perfetta aderenza acciaio-calcestruzzo	Perfetta aderenza acciaio-calcestruzzo
Calcestruzzo non reagente a trazione	Calcestruzzo non reagente a trazione
Comportamento lineare dei materiali	Comportamento non lineare dei materiali

Da cui si è possibile osservare come i metodi differiscano sostanzialmente per la considerazione o meno del comportamento plastico del materiale, che nelle tensioni ammissibili non è tenuto in considerazione poiché la tensione ammissibile è adottata sufficientemente all'interno del campo elastico, mentre negli stati limite è tenuto in considerazione poiché l'utilizzo di resistenze di calcolo maggiori rende necessaria l'identificazione del legame costitutivo che esprime l'intera legge tensione-deformazione del materiale

SFORZO NORMALE E FLESSIONE NEL C.A.

Con riferimento alle sezioni in calcestruzzo armato soggette a pressoflessione (o tensoflessione), la verifica si esegue determinando il momento resistente sulla base dei legami costitutivi proposti e delle ipotesi menzionate al punto precedente, adottando uno schema del tipo illustrato

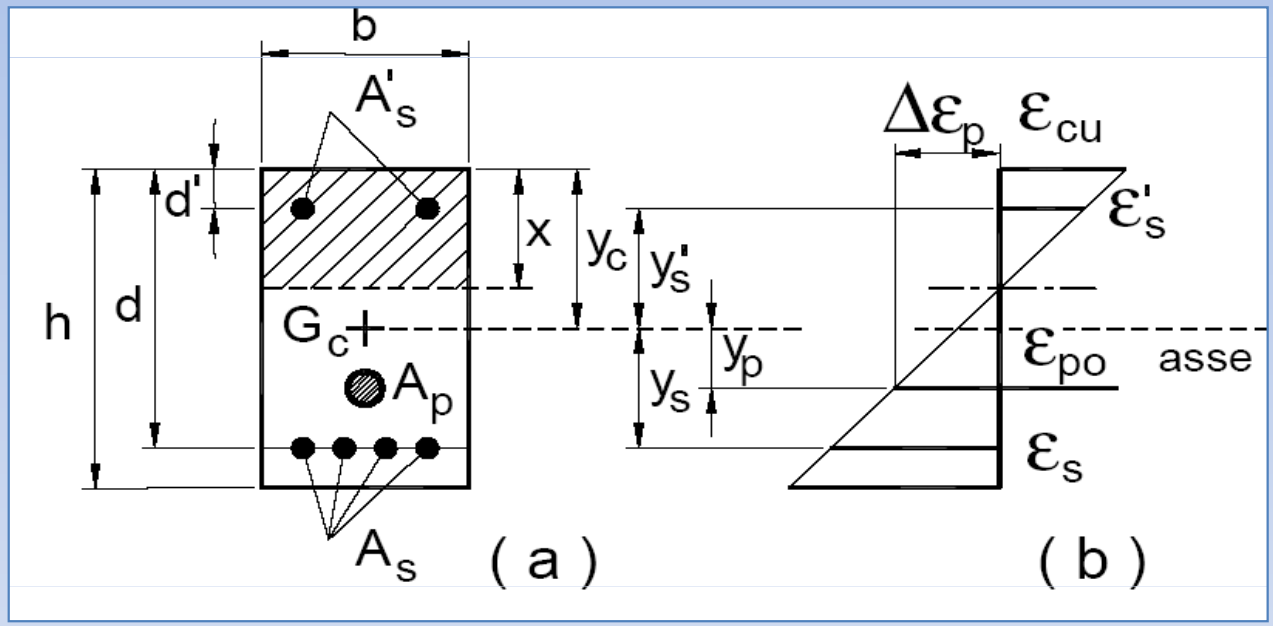


Si osserva come la condizione ultima dell'elemento in calcestruzzo armato possa raggiungersi imponendo la deformata ultima nel calcestruzzo e modificando la curvatura (ossia l'inclinazione della deformata ε e la posizione x dell'asse neutro) fintanto che la somma delle tensioni normali non sia pari al carico sollecitante N_{ed}; **il momento che se ne ricava è quello resistente M_{Rd} funzione di N_{ed}**

L'approccio di fissare ε_{cu}, seppur reso semplificato dall'adozione di un legame dell'acciaio perfettamente plastico, tuttavia non garantisce la progettazione di sezioni deboli in acciaio

CALCOLO DELLE DEFORMAZIONI

Una volta fissata la deformazione dei due estremi, ossia ε_{cu} e ε_s, il calcolo delle deformazioni negli altri punti di controllo è immediato grazie all'equazione di congruenza che può impostarsi grazie all'ipotesi di conservazione delle sezioni piane



$$x = d \cdot \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_s}$$

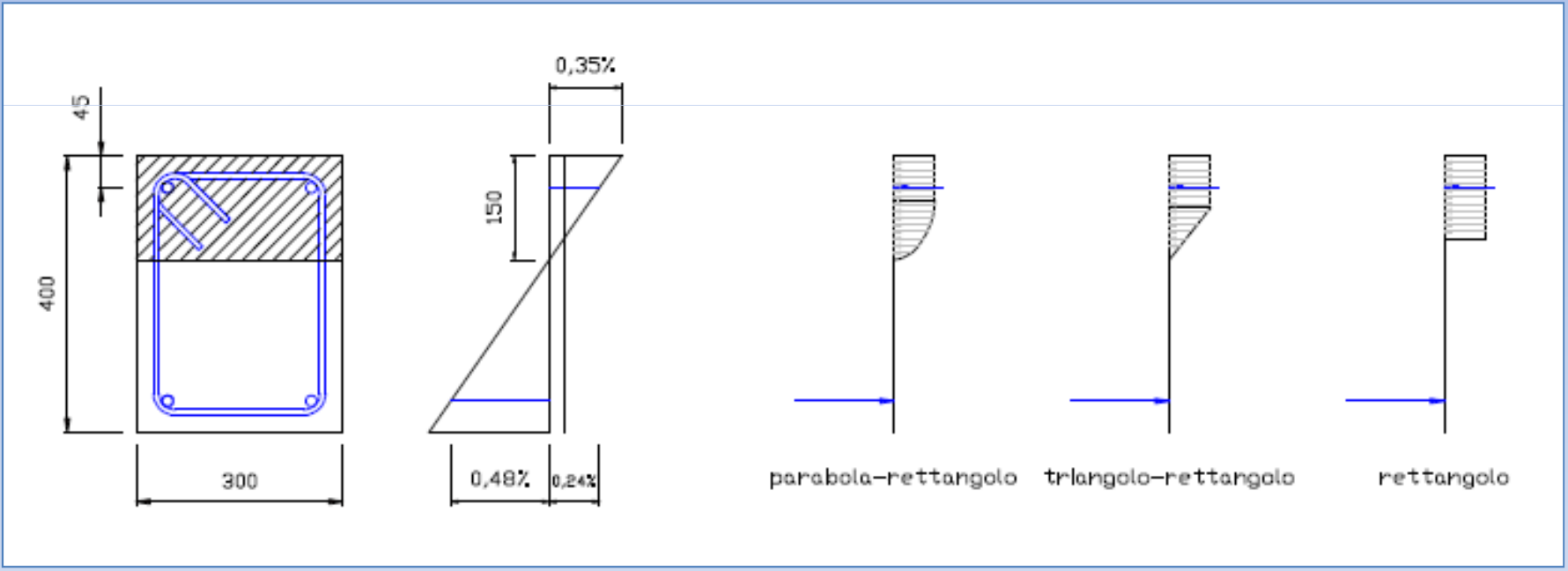
Posizione dell'asse neutro

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \cdot \frac{x - d'}{x}$$

Deformata acciaio compresso

CALCOLO DELLE AZIONI

Una volta fissata la deformazione, la determinazione delle azioni resistenti è infatti immediata andando a definire puntualmente la tensione σ in funzione della deformazione ε



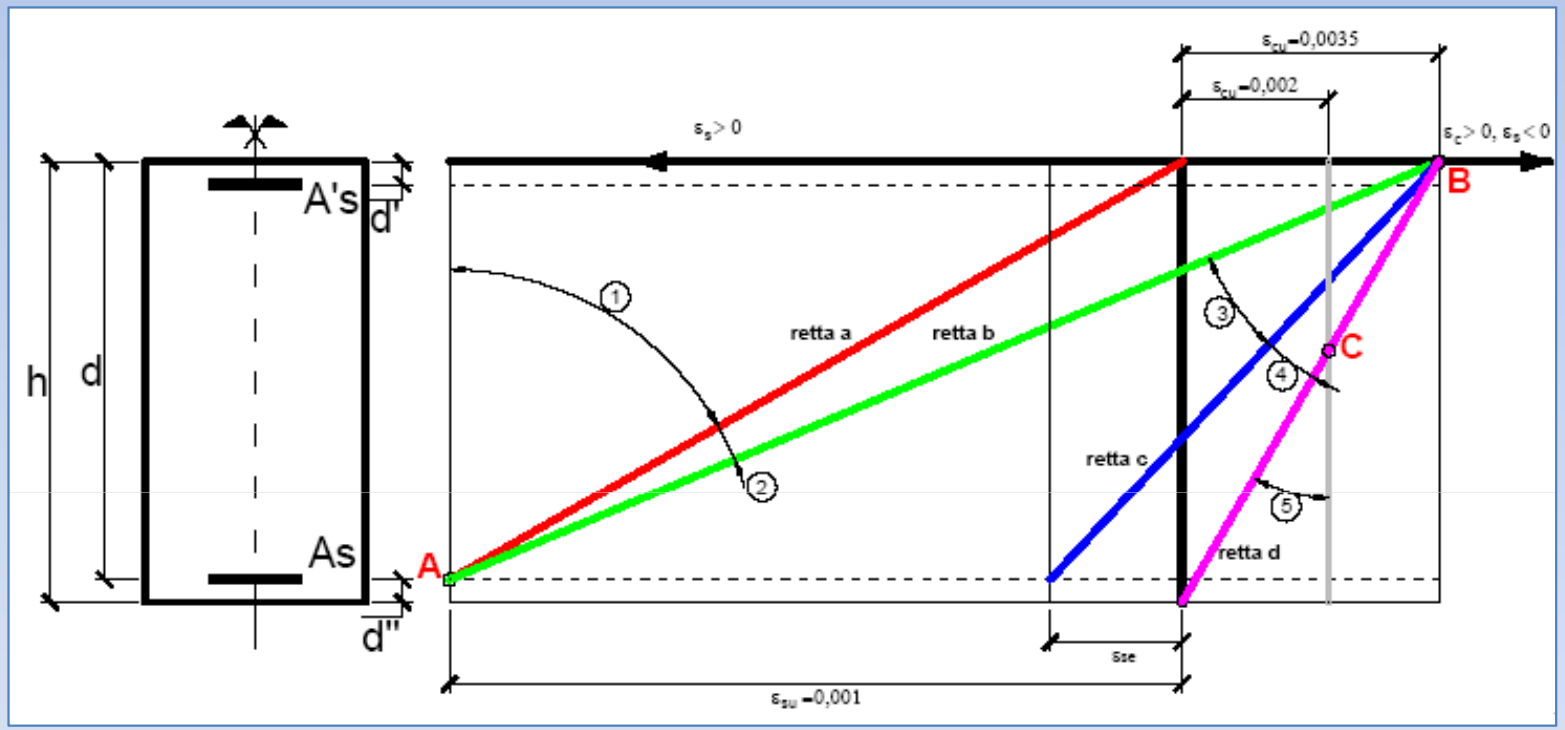
Tenendo presente che l'area sottesa da una parabola (e quindi la risultante della porzione di tensioni avente un andamento parabolico) può calcolarsi mediante la formula

$$A_{parabola} = 2/3 \cdot b \cdot h$$

Inoltre, il baricentro dell'area sottesa da una parabola (e quindi la posizione della risultante delle tensioni con andamento parabolico) è posto a 3/8 della base rispetto al punto con altezza massima

CAMPI ALLO SLU PER SEZIONI IN C.A.

E' possibile tracciare il dominio di resistenza a sforzo normale e flessione delle sezioni in calcestruzzo armato impostando alcune deformazioni limite che individuano i diversi campi di comportamento, avendo indicato in figura con **A** il punto di massima deformazione a trazione dell'acciaio, con **B** il punto di massima deformazione a pressoflessione del calcestruzzo ed infine con **C** il punto di massima deformazione a compressione semplice del calcestruzzo



Avendo trazione o tensoflessione in (1), tensoflessione o flessione in (2), flessione o pressoflessione in (3), pressoflessione in (4) e sezione completamente compressa in (5)

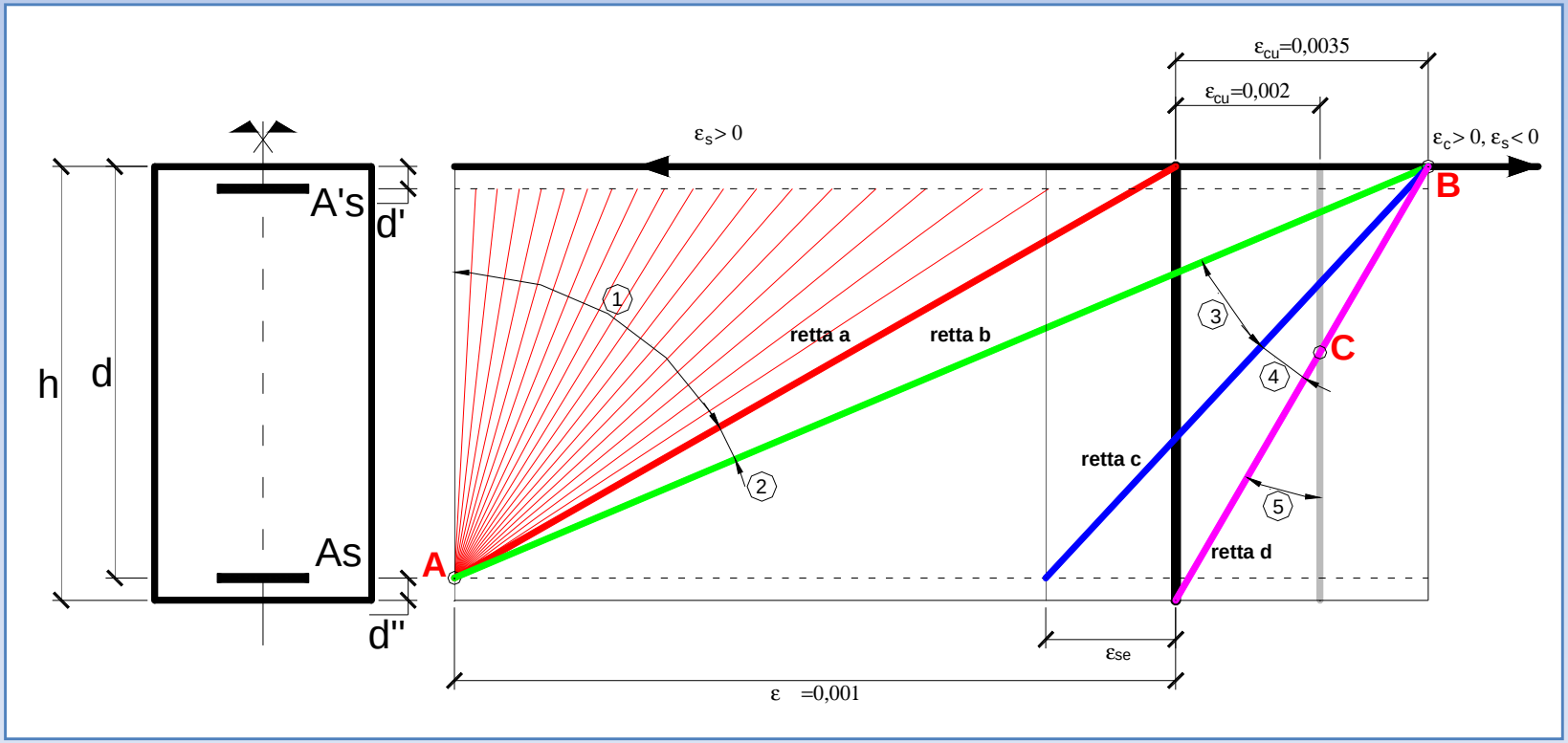
CAMPO 1

Comprende le deformate identificate dalle rette tracciate ruotando attorno al punto A

La sezione risulta completamente tesa

L'asse neutro risulta esterno alla sezione (o coincide con il lembo superiore nel caso della retta a)

Il collasso della sezione avviene per rottura a trazione dell'armatura inferiore



CAMPO 1: TRAZIONE o TENSOFLESSIONE

CAMPO 2

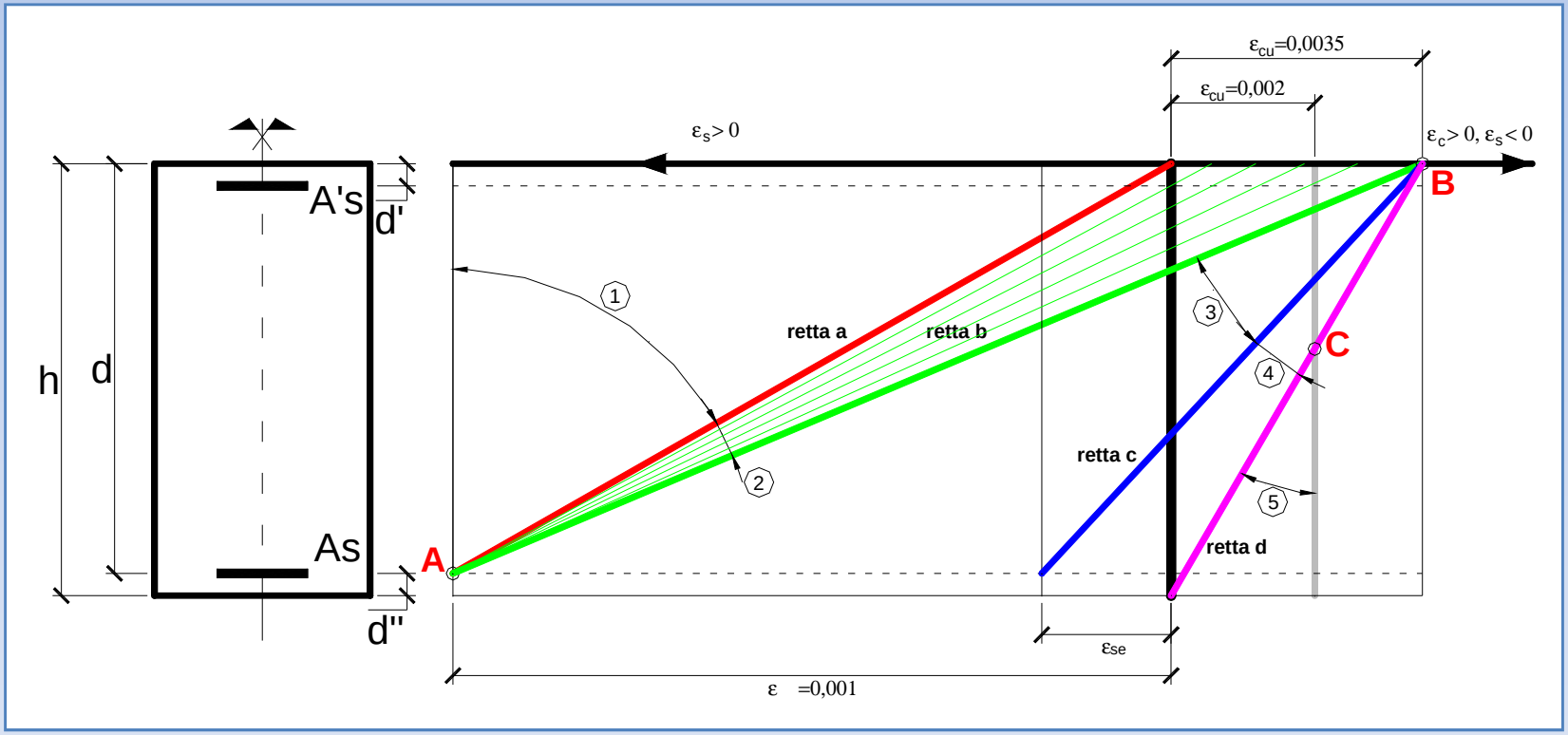
Comprende le deformate identificate dalle rette tracciate ruotando attorno al punto A

La sezione risulta sia tesa che compressa

L'asse neutro risulta interno alla sezione (o coincide con il lembo superiore nel caso della retta a)

Il collasso della sezione avviene per rottura a trazione dell'armatura inferiore

(e contemporaneamente per schiacciamento del calcestruzzo superiore nel caso della retta b)



CAMPO 2: TENSOFLESSIONE o FLESSIONE

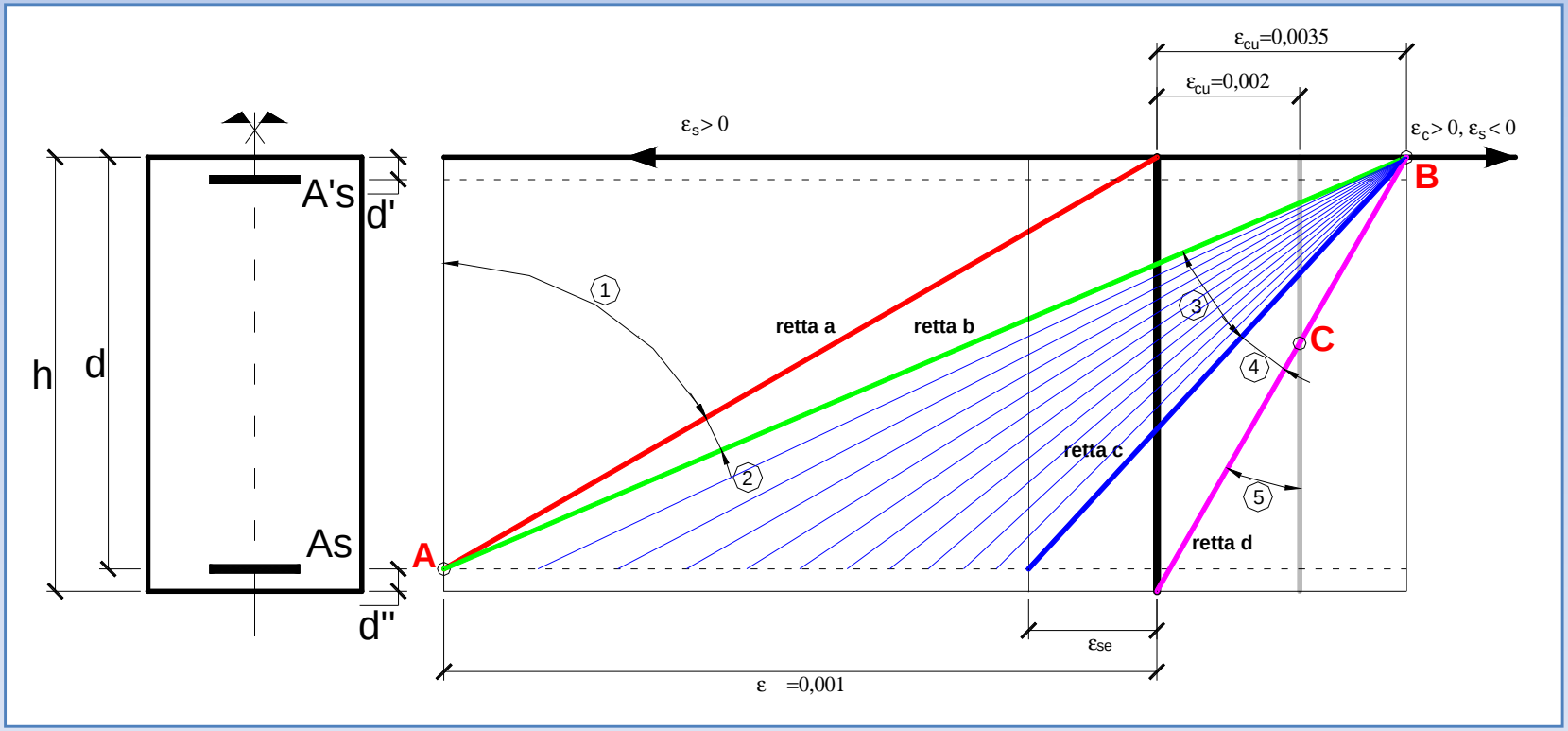
CAMPO 3

Comprende le deformate identificate dalle rette tracciate ruotando attorno al punto B

La sezione risulta sia tesa che compressa

L'asse neutro risulta interno alla sezione

Il collasso della sezione avviene per rottura a schiacciamento del calcestruzzo superiore (e contemporaneamente per rottura a trazione dell'armatura inferiore nel caso della retta b)



CAMPO 3: FLESSIONE O PRESSOFLESSIONE

CAMPO 4

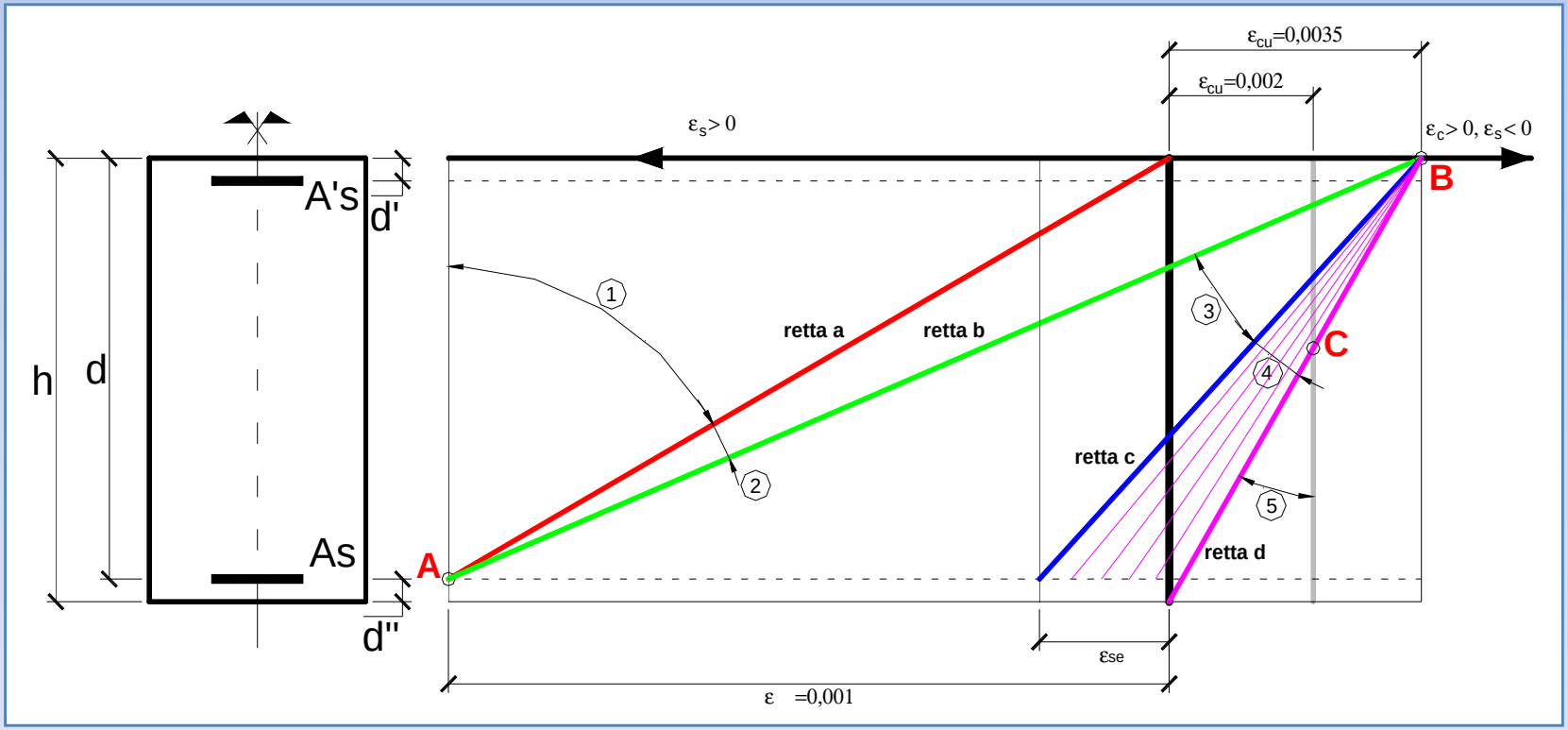
Comprende le deformate identificate dalle rette tracciate ruotando attorno al punto B

La sezione risulta sia tesa che compressa (eccetto nel caso della retta d)

L'asse neutro risulta interno alla sezione (o coincide con il lembo inferiore nel caso della retta d)

Il collasso della sezione avviene per rottura a schiacciamento del calcestruzzo superiore

(l'acciaio teso non raggiunge mai lo snervamento eccetto nel caso della retta c)



CAMPO 4: PRESSOFLESSIONE

CAMPO 5

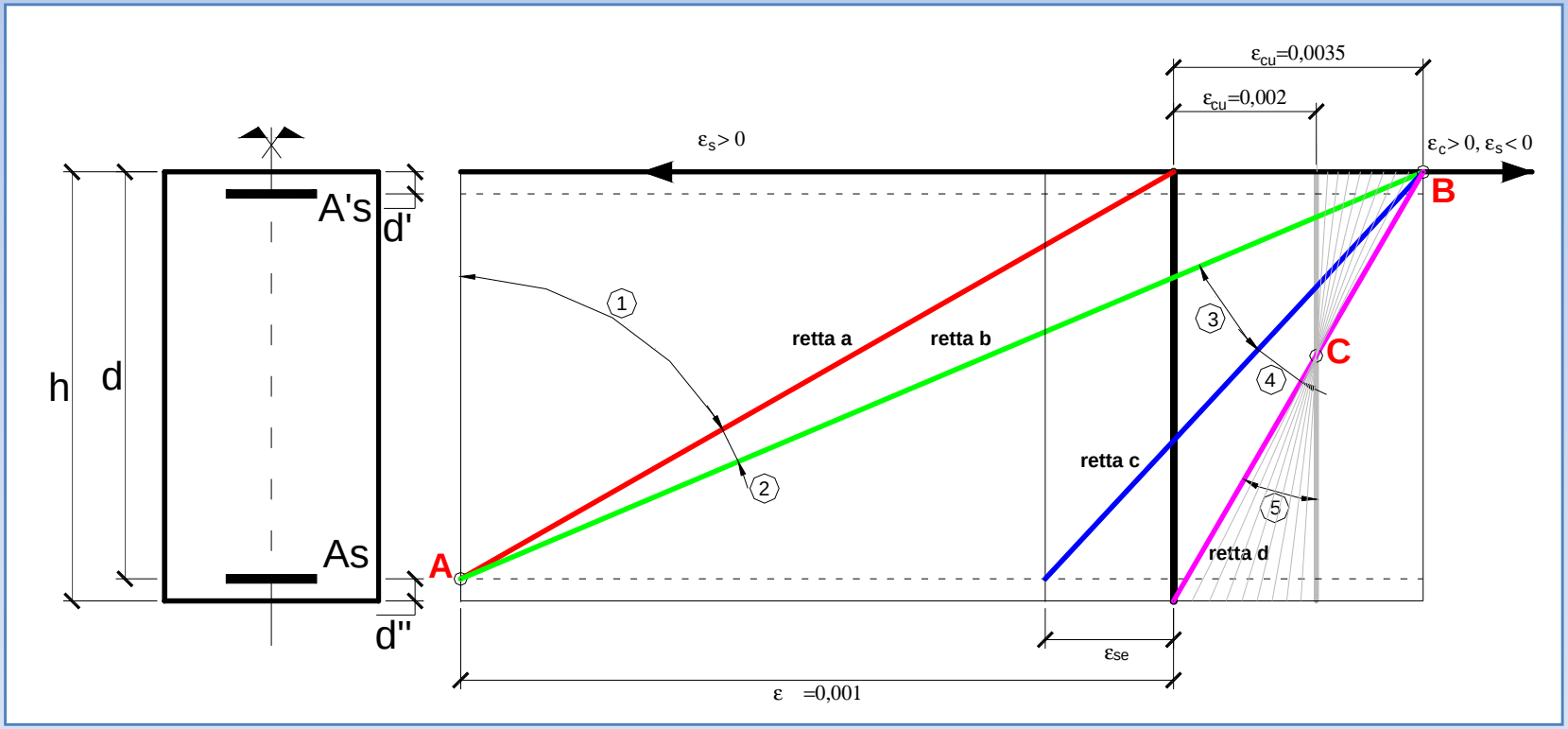
Comprende le deformate identificate dalle rette tracciate ruotando attorno al punto C

La sezione risulta completamente compressa

L'asse neutro risulta esterno alla sezione (o coincide con il lembo inferiore nel caso della retta d)

Il collasso della sezione avviene per rottura a schiacciamento del calcestruzzo

(l'acciaio inferiore non raggiunge mai lo snervamento)



CAMPO 5: PRESSOFLESSIONE o COMPRESSIONE SEMPLICE

CAMPI DI INTERESSE

Osservando i dati innanzi menzionati è possibile riassumere i seguenti risultati

Campo	Tipo di collasso
1	rottura a trazione delle barre di armatura
2	rottura a trazione delle barre di armatura
3	rottura a schiacciamento del cls con snervamento dell'armatura
4	rottura a schiacciamento del cls senza snervamento dell'armatura
5	rottura a schiacciamento del cls senza snervamento dell'armatura

Per quanto illustrato, il progetto di una sezione in c.a. deve sempre essere orientato all'ottenimento di sezioni che entrino in crisi nei campi 1 e 2, poiché la rottura a trazione delle barre è molto più duttile della rottura a compressione del calcestruzzo

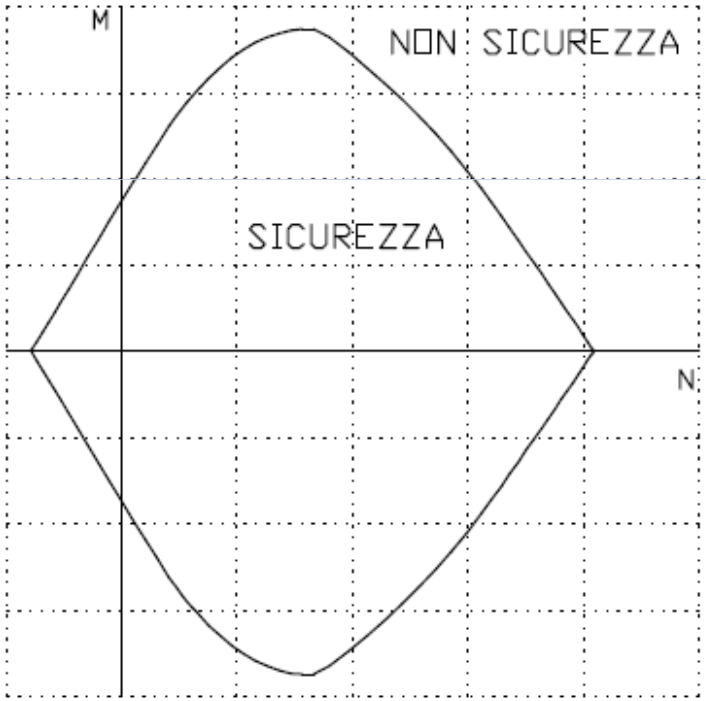
Il campo 3 costituisce il campo limite, in quanto pur entrando in crisi il calcestruzzo, si riesce pur sempre a sfruttare una buona parte della duttilità dell'acciaio

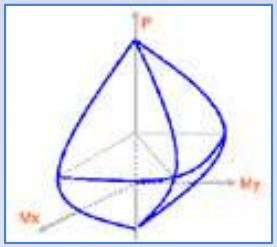
I requisiti di cui sopra si ottengono progettando sezioni povere in acciaio

DOMINIO DI RESISTENZA C.A.

Unendo le coppie di punti (M ; N) ottenuti dalle deformazioni limite indicate precedentemente (effettuando il medesimo procedimento avendo adottato come lembo compresso una volta quello superiore e una volta quello inferiore), si ottiene quindi il dominio di resistenza ricercato per la sezione oggetto di studio

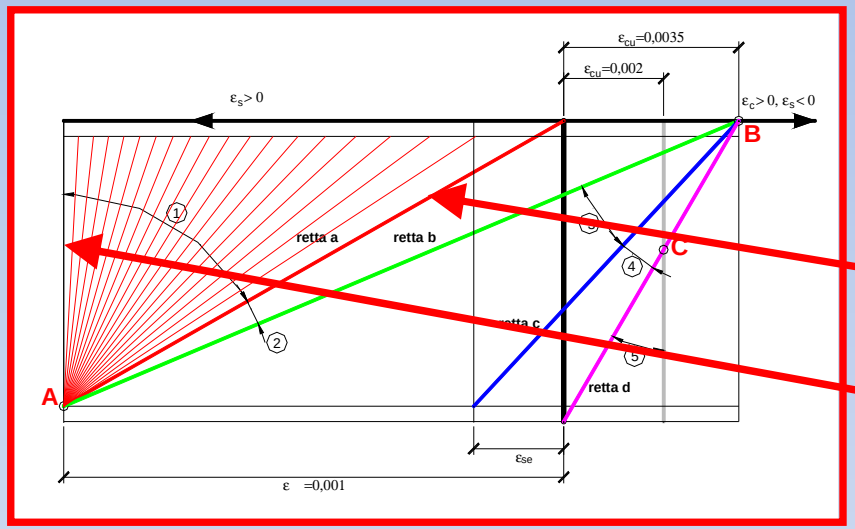
<u>La verifica è da considerarsi soddisfatta se il punto (M_{Ed} ; N_{Ed}) delle azioni sollecitanti è nel campo di sicurezza, ossia è interno al dominio tracciato</u>

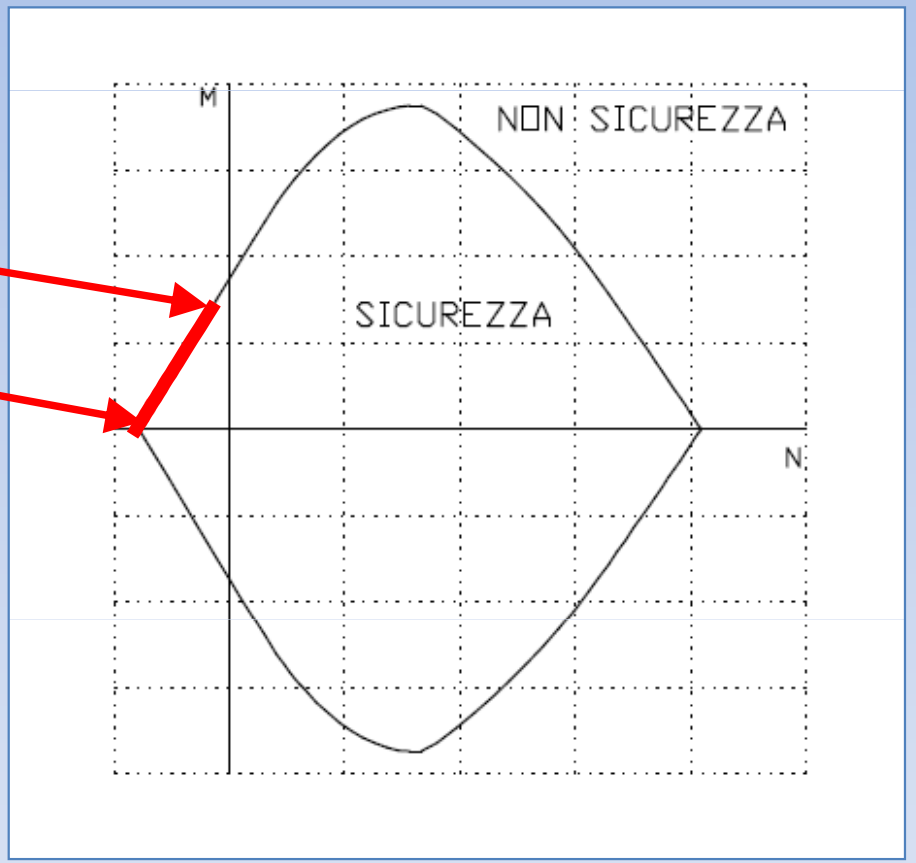




In presenza di flessione deviata, il dominio di resistenza che nella flessione semplice può rappresentarsi per mezzo di una regione piana, deve invece essere rappresentato per mezzo di uno spazio tridimensionale

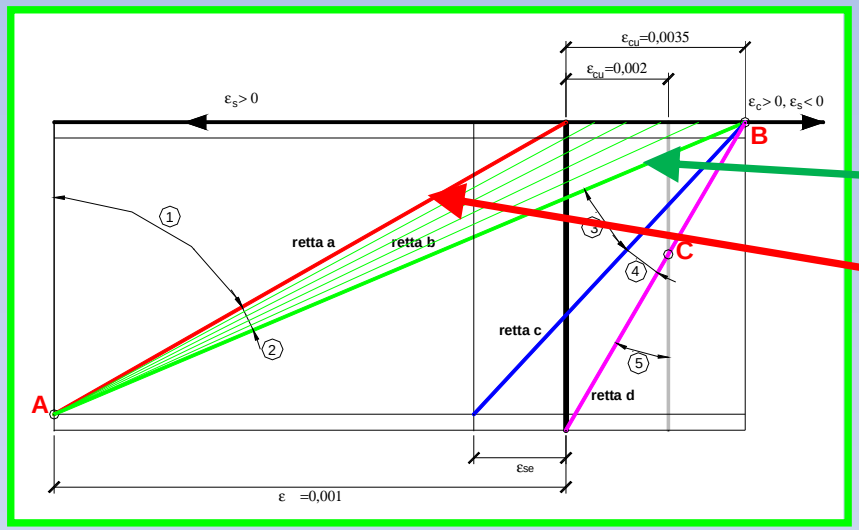
DOMINIO DI ROTTURA – CAMPO 1

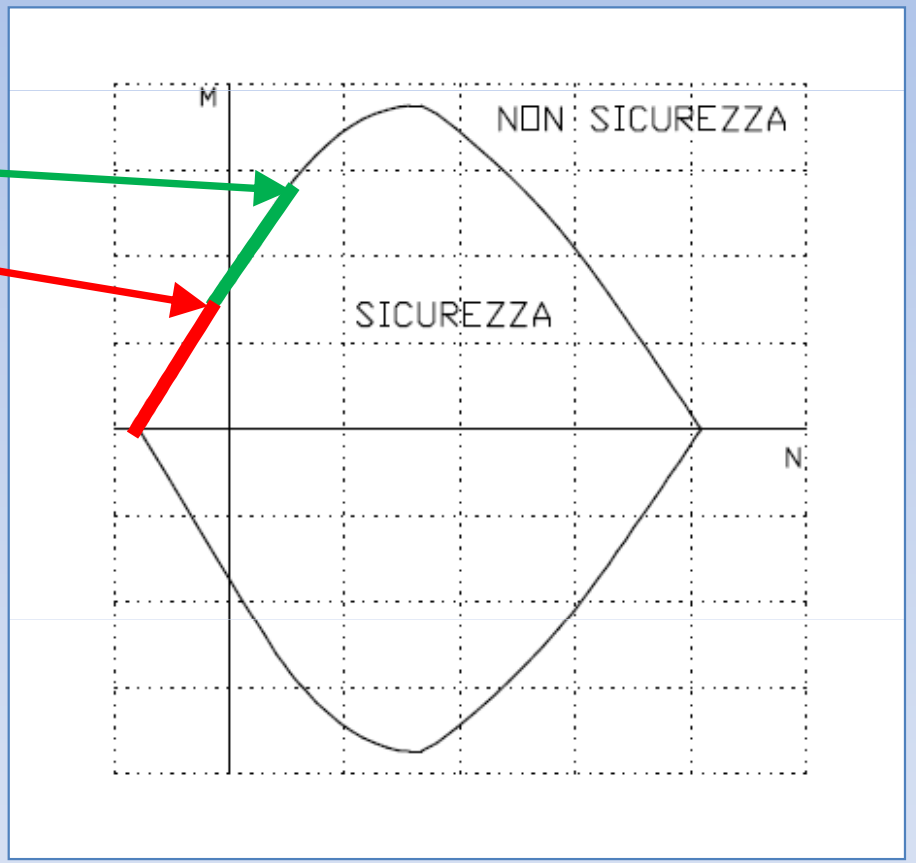




Porzione del dominio di resistenza in regime di trazione o tensoflessione (Campo 1)

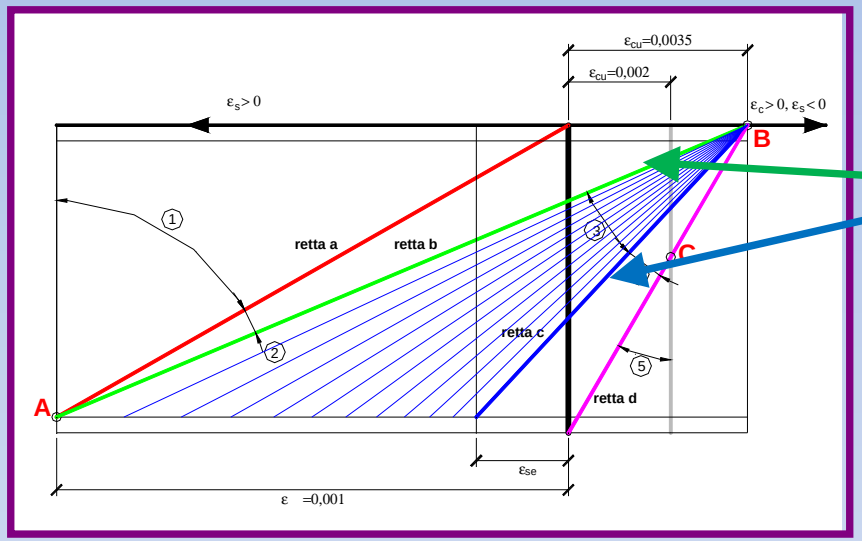
DOMINIO DI ROTTURA – CAMPO 2

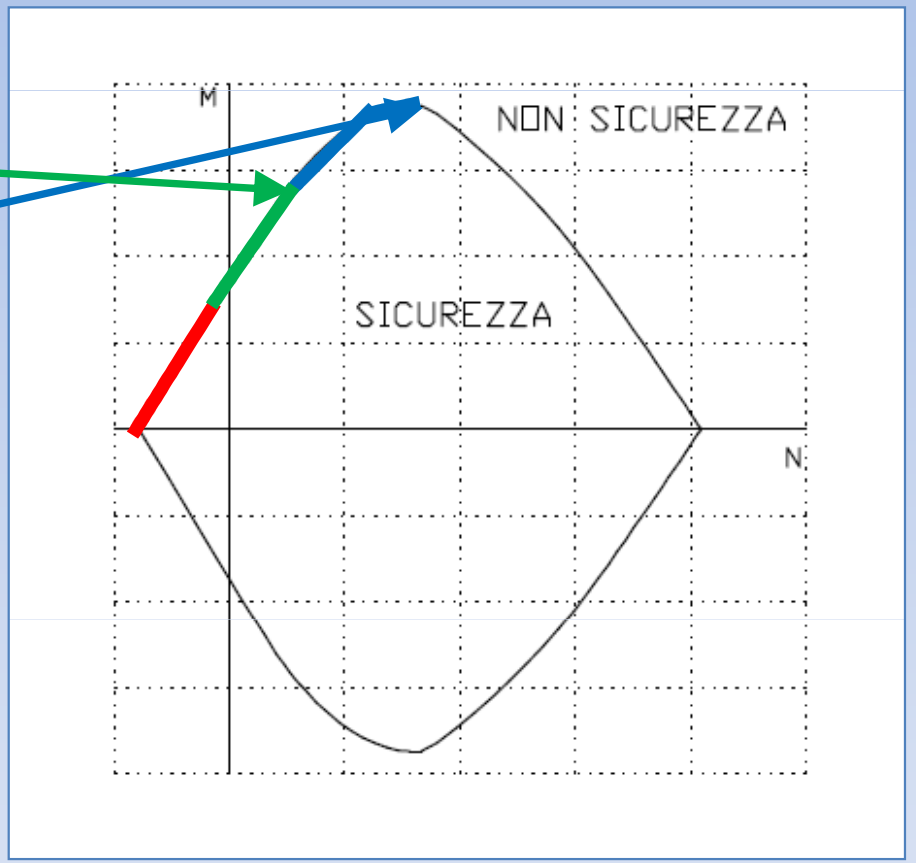




Porzione del dominio di resistenza in regime di tensoflessione o flessione (Campo 2)

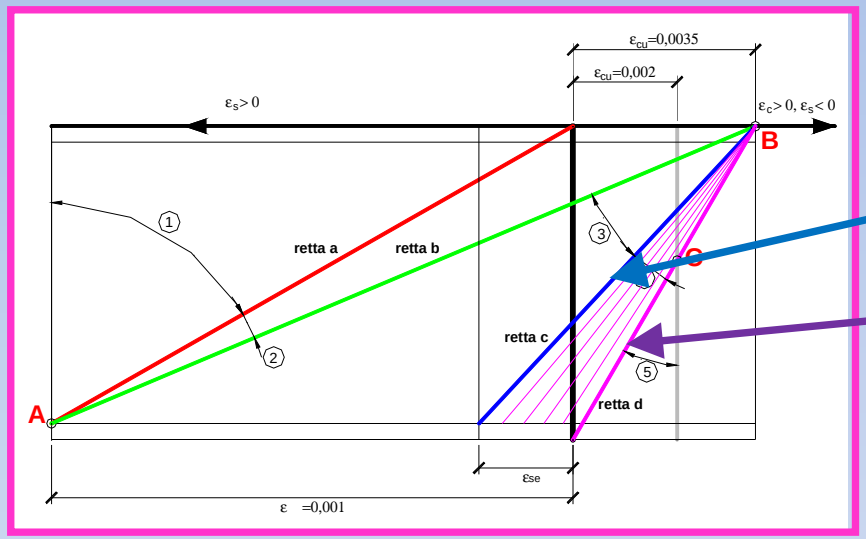
DOMINIO DI ROTTURA – CAMPO 3

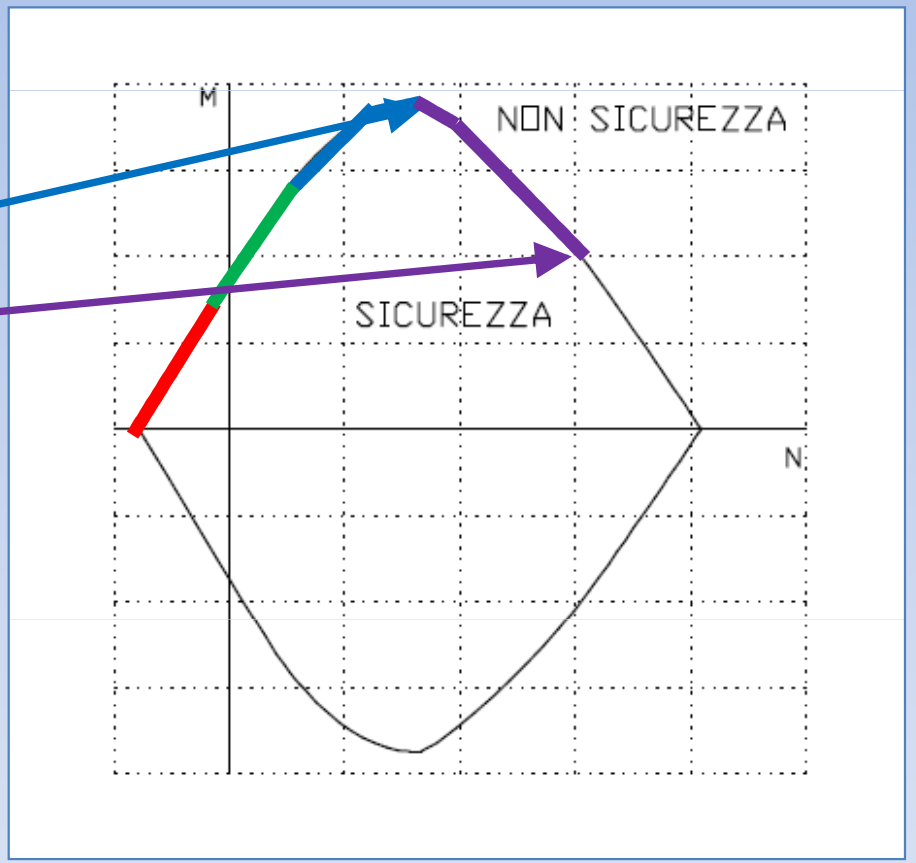




Porzione del dominio di resistenza in regime di flessione o pressoflessione (Campo 3)

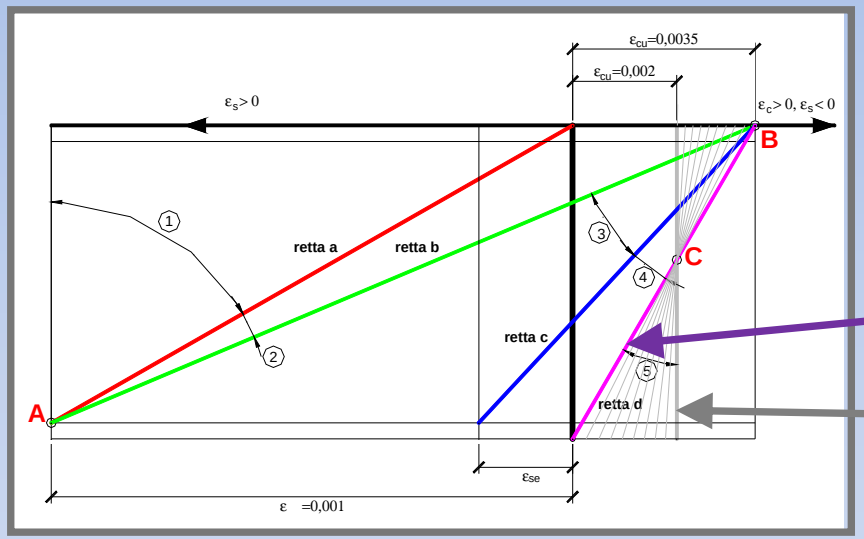
DOMINIO DI ROTTURA – CAMPO 4

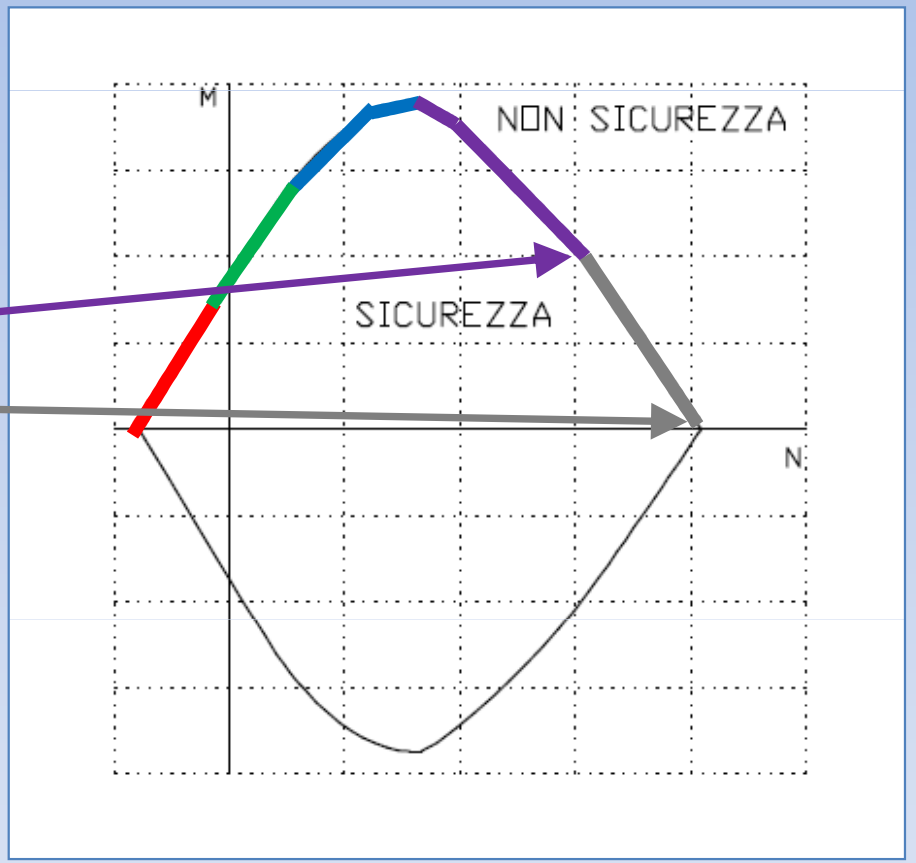




Porzione del dominio di resistenza in regime di pressoflessione (Campo 4)

DOMINIO DI ROTTURA – CAMPO 5





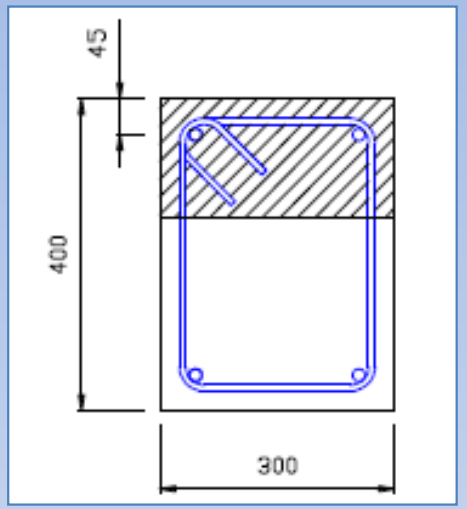
Porzione del dominio di resistenza in regime di pressoflessione o compressione (Campo 5)

ESEMPIO DI CALCOLO – IPOTESI 1

Si analizzi la sezione in figura, armata con 2+2ø16 staffe ø8/20cm, adottando le seguenti ipotesi di progetto:

- Acciaio B450C con legame costitutivo bilineare finito con incrudimento coefficiente k = 1,15

- Cls C28/35 con legame costitutivo a parabola rettangolo



Stato	ε_s	ε'_s	ε_{cu}	x	σ_s	σ'_s	C_s+Z	C	N_{Ed}	M_{Rd}
Trazione	6.75%	6.75%	6.75%	-	450.11	450.11	362	0	362	0
Retta a	6.75%	0.86%	0.00%	0	450.11	397.36	341	0	341	3
Retta b	6.75%	0.55%	-0.35%	18	450.11	394.62	340	-67	272	16
Retta c	0.19%	-0.28%	-0.35%	230	391.40	-392.22	0	-886	-887	141
Retta d	-0.04%	-0.31%	-0.35%	400	-81.11	-392.48	-190	-1541	-1731	71
Compressione	-0.20%	-0.20%	-0.20%	-	-391.49	-391.49	-315	-1903	-2218	0

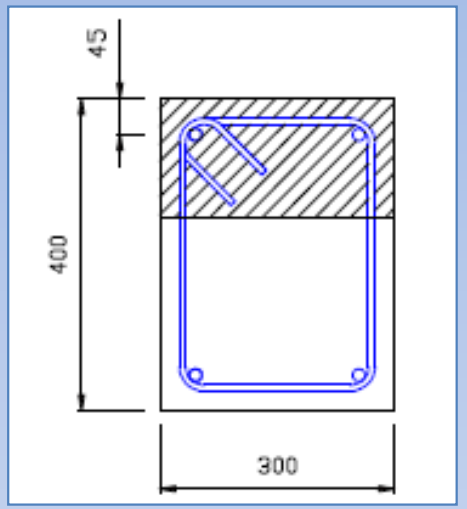
Posizione espressa in mm, tensioni in N/mm^2, carico assiale in kN e momento flettente in kNm

ESEMPIO DI CALCOLO – IPOTESI 2

Si analizzi la sezione in figura, armata con 2+2ø16 staffe ø8/20cm, adottando le seguenti ipotesi di progetto:

- Acciaio B450C con legame costitutivo bilineare finito con incrudimento coefficiente k = 1,15

- Cls C28/35 con legame costitutivo a triangolo rettangolo



Stato	ε_s	ε'_s	ε_{cu}	x	σ_s	σ'_s	C_s+Z	C	N_{Ed}	M_{Rd}
Trazione	6.75%	6.75%	6.75%	-	450.11	450.11	362	0	362	0
Retta a	6.75%	0.86%	0.00%	0	450.11	397.36	341	0	341	3
Retta b	6.75%	0.55%	-0.35%	18	450.11	394.62	340	-62	277	16
Retta c	0.19%	-0.28%	-0.35%	230	391.40	-392.22	0	-821	-821	140
Retta d	-0.04%	-0.31%	-0.35%	400	-81.11	-392.48	-190	-1427	-1618	83
Compressione	-0.20%	-0.20%	-0.20%	-	-391.49	-391.49	-315	-1903	-2218	0

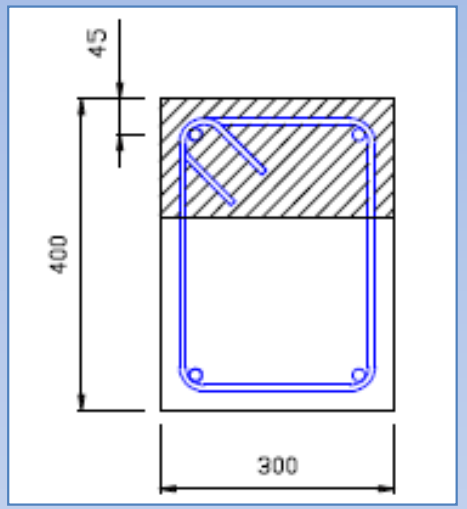
Posizione espressa in mm, tensioni in N/mm^2, carico assiale in kN e momento flettente in kNm

ESEMPIO DI CALCOLO – IPOTESI 3

Si analizzi la sezione in figura, armata con 2+2ø16 staffe ø8/20cm, adottando le seguenti ipotesi di progetto:

- Acciaio B450C con legame costitutivo bilineare finito con incrudimento coefficiente k = 1,15

- Cls C28/35 con legame costitutivo a rettangolo

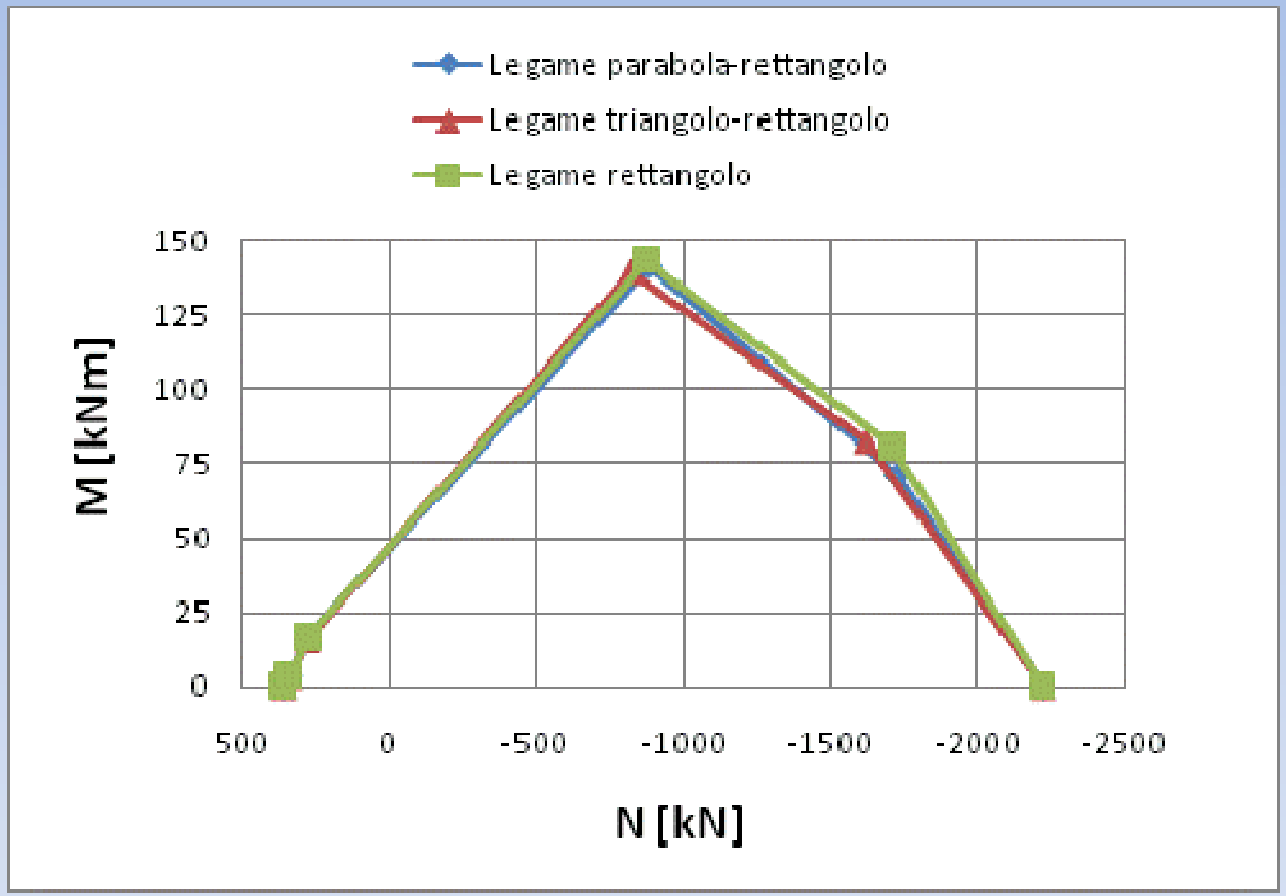


Stato	ε_s	ε'_s	ε_{cu}	x	σ_s	σ'_s	C_s+Z	C	N_{Ed}	M_{Rd}
Trazione	6.75%	6.75%	6.75%	-	450.11	450.11	362	0	362	0
Retta a	6.75%	0.86%	0.00%	0	450.11	397.36	341	0	341	3
Retta b	6.75%	0.55%	-0.35%	18	450.11	394.62	340	-67	273	16
Retta c	0.19%	-0.28%	-0.35%	230	391.40	-392.22	0	-876	-876	143
Retta d	-0.04%	-0.31%	-0.35%	400	-81.11	-392.48	-190	-1523	-1713	80
Compressione	-0.20%	-0.20%	-0.20%	-	-391.49	-391.49	-315	-1903	-2218	0

Posizione espressa in mm, tensioni in N/mm^2, carico assiale in kN e momento flettente in kNm

INFLUENZA LEGAME CALCESTRUZZO

Confrontando i risultati ottenuti con i tre diversi legami, si ottiene il grafico in figura



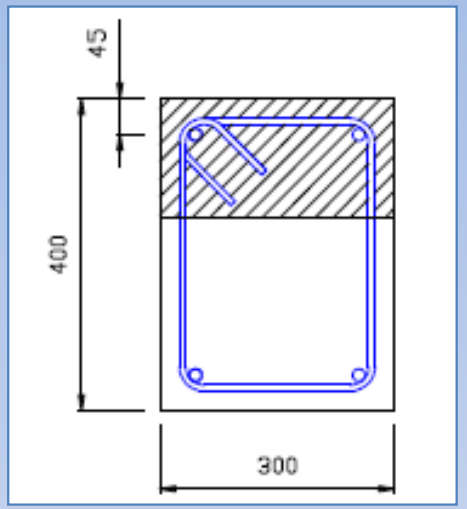
Da cui è possibile osservare come, a fronte di computazioni più onerose, il modello a parabola rettangolo e quello a triangolo rettangolo non forniscono dati sensibilmente più precisi di quelli ottenibili con un semplice legame a rettangolo (*stress block*) seppur a sfavore di sicurezza

ESEMPIO DI CALCOLO – IPOTESI 4

Si analizzi la sezione in figura, armata con 2+2ø16 staffe ø8/20cm, adottando le seguenti ipotesi di progetto:

- Acciaio B450C con legame costitutivo bilineare finito con incrudimento coefficiente k = 1,15

- Cls C28/35 con legame costitutivo a parabola rettangolo



Stato	ε_s	ε'_s	ε_{cu}	x	σ_s	σ'_s	C_s+Z	C	N_{Ed}	M_{Rd}
Trazione	6.75%	6.75%	6.75%	-	450.11	450.11	362	0	362	0
Retta a	6.75%	0.86%	0.00%	0	450.11	397.36	341	0	341	3
Retta b	6.75%	0.55%	-0.35%	18	450.11	394.62	340	-67	272	16
Retta c	0.19%	-0.28%	-0.35%	230	391.40	-392.22	0	-886	-887	141
Retta d	-0.04%	-0.31%	-0.35%	400	-81.11	-392.48	-190	-1541	-1731	71
Compressione	-0.20%	-0.20%	-0.20%	-	-391.49	-391.49	-315	-1903	-2218	0

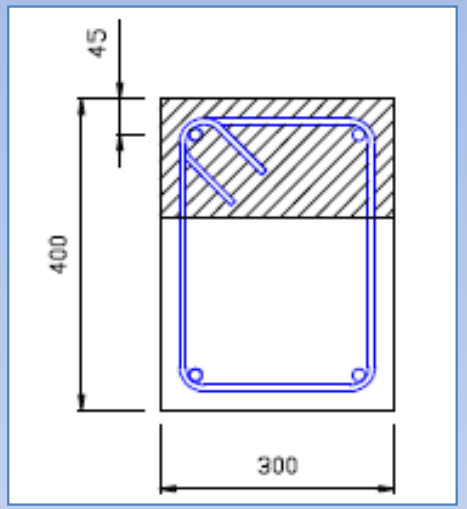
Posizione espressa in mm, tensioni in N/mm^2, carico assiale in kN e momento flettente in kNm

ESEMPIO DI CALCOLO – IPOTESI 5

Si analizzi la sezione in figura, armata con 2+2ø16 staffe ø8/20cm, adottando le seguenti ipotesi di progetto:

- Acciaio B450C con legame costitutivo bilineare finito con incrudimento coefficiente k = 1,25

- Cls C28/35 con legame costitutivo a parabola rettangolo



Stato	ε_s	ε'_s	ε_{cu}	x	σ_s	σ'_s	C_s+Z	C	N_{Ed}	M_{Rd}
Trazione	6.75%	6.75%	6.75%	-	489.25	489.25	393	0	393	0
Retta a	6.75%	0.86%	0.00%	0	489.25	401.33	358	0	358	5
Retta b	6.75%	0.55%	-0.35%	18	489.25	396.77	356	-67	289	19
Retta c	0.19%	-0.28%	-0.35%	230	391.40	-392.77	-1	-886	-887	141
Retta d	-0.04%	-0.31%	-0.35%	400	-81.11	-393.20	-191	-1541	-1731	71
Compressione	-0.20%	-0.20%	-0.20%	-	-391.55	-391.55	-315	-1903	-2218	0

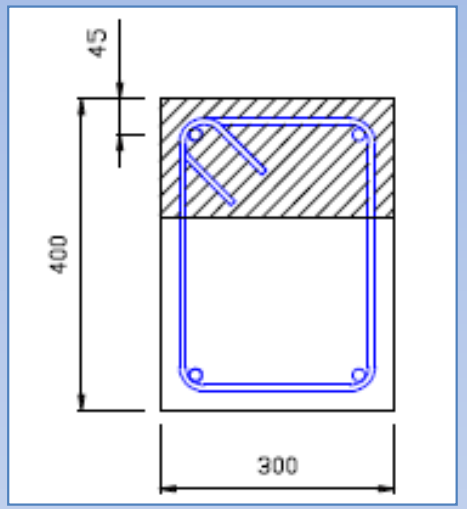
Posizione espressa in mm, tensioni in N/mm^2, carico assiale in kN e momento flettente in kNm

ESEMPIO DI CALCOLO – IPOTESI 6

Si analizzi la sezione in figura, armata con 2+2ø16 staffe ø8/20cm, adottando le seguenti ipotesi di progetto:

- Acciaio B450C con legame costitutivo bilineare finito con incrudimento coefficiente k = 1,35

- Cls C28/35 con legame costitutivo a parabola rettangolo

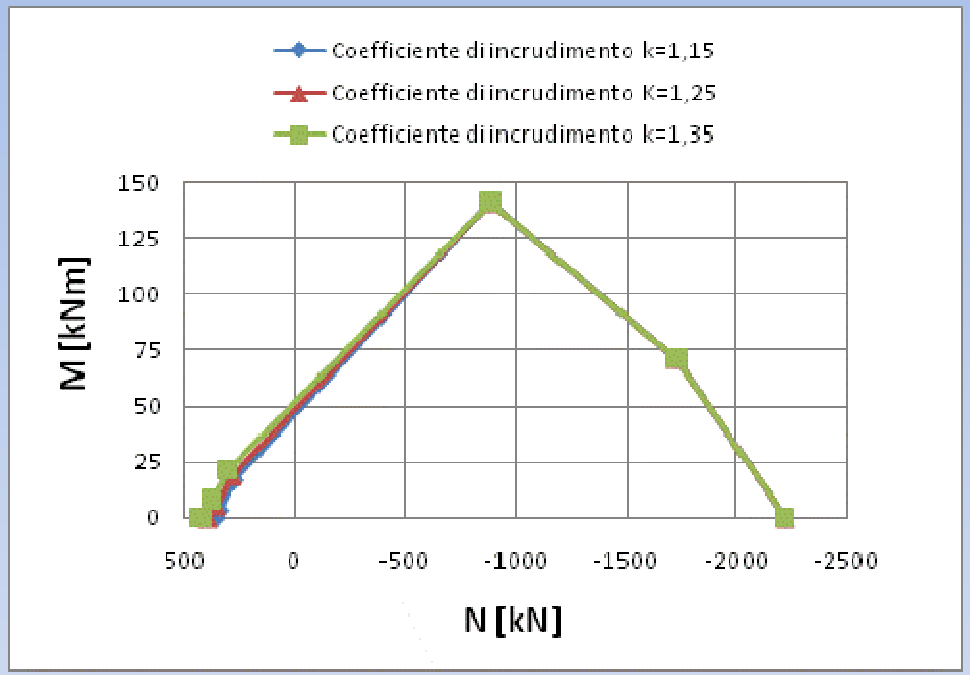


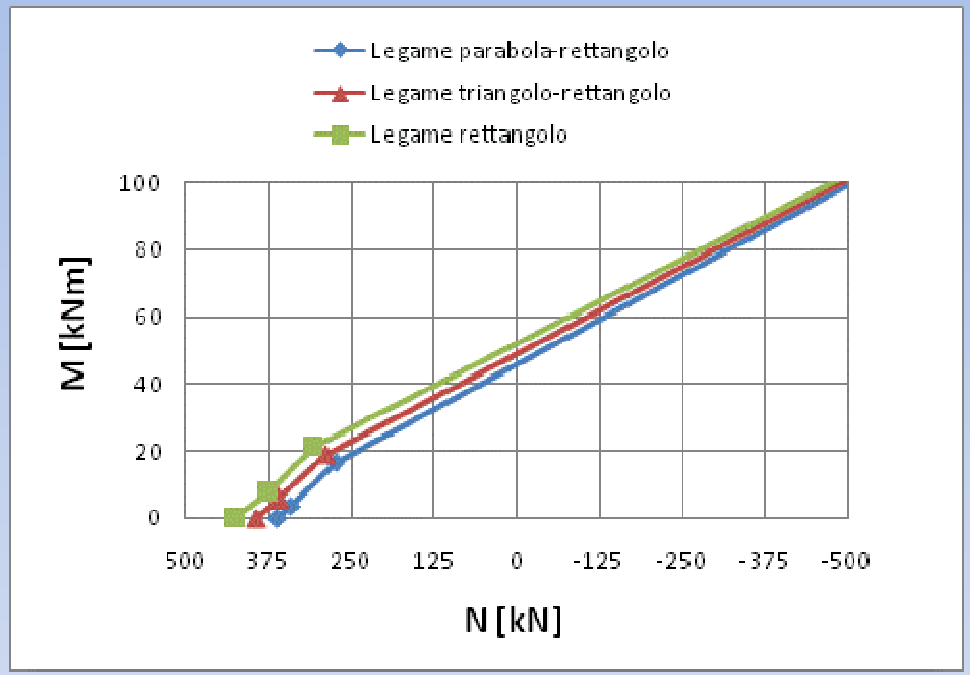
Stato	ε_s	ε'_s	ε_{cu}	x	σ_s	σ'_s	C_s+Z	C	N_{Ed}	M_{Rd}
Trazione	6.75%	6.75%	6.75%	-	528.39	528.39	425	0	425	0
Retta a	6.75%	0.86%	0.00%	0	528.39	405.30	375	0	375	8
Retta b	6.75%	0.55%	-0.35%	18	528.39	398.92	373	-67	305	21
Retta c	0.19%	-0.28%	-0.35%	230	391.40	-393.31	-1	-886	-887	141
Retta d	-0.04%	-0.31%	-0.35%	400	-81.11	-393.92	-191	-1541	-1732	71
Compressione	-0.20%	-0.20%	-0.20%	-	-391.61	-391.61	-315	-1903	-2218	0

Posizione espressa in mm, tensioni in N/mm^2, carico assiale in kN e momento flettente in kNm

INFLUENZA INCRUDIMENTO ACCIAIO

Confrontando i risultati ottenuti con i tre diversi coefficienti k, si ottiene il grafico nelle figure





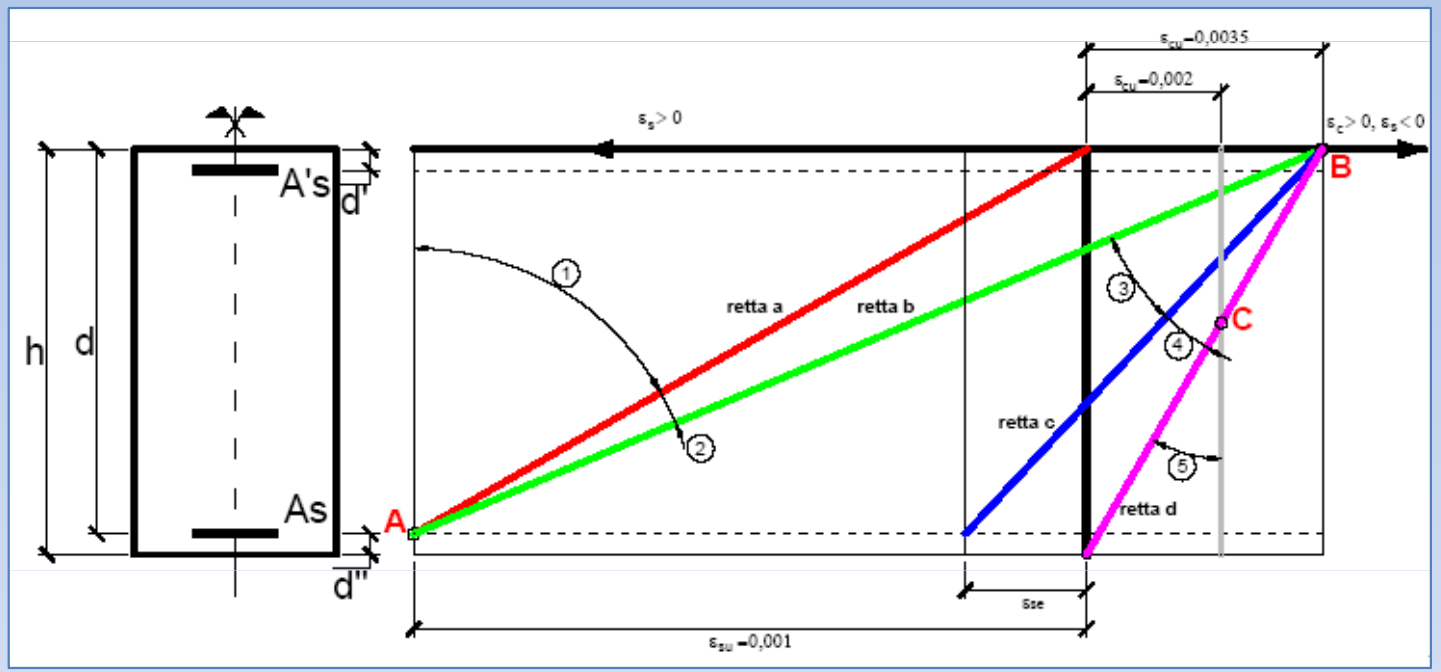
Da cui è possibile osservare come il coefficiente di incrudimento non influisca sulla parte di dominio compresso ma, come era lecito attendersi , incida invece sulla resistenza a trazione

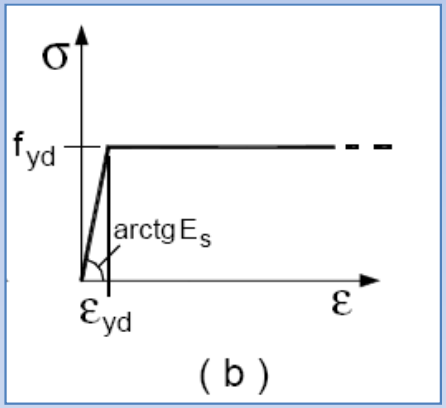
Ai fini della sicurezza, si consiglia quindi di adottare per le verifiche il valore di k minimo prescritto dalla norma (1,05 per acciaio B450A e 1,15 per acciaio B450C)

La necessità di prescrivere un valore massimo di k per l'acciaio B450C nasce esclusivamente dall'esigenza di garantire una gerarchia delle resistenze nella rottura della sezione

ACCIAIO ELASTICO-PERFETTAMENTE PLASTICO

In alternativa all'adozione, per l'acciaio, di un diagramma tensione-deformazione con andamento bilineare finito con incrudimento, l'adozione di un legame elastico-perfettame plastico indefinito può generare alcuni dubbi circa la tracciabilità del dominio di resistenza M-N





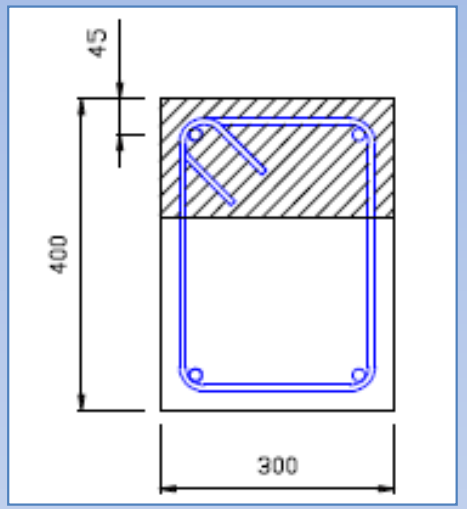
In assenza di una deformazione ultima a rottura caratteristica ε_{uk} e della relativa deformazione ultima di progetto ε_{ud}, appare infatti impossibile definire univocamente il punto A che individua compiutamente le deformate dei campi 1 e 2

ESEMPIO DI CALCOLO – IPOTESI 7

Si analizzi la sezione in figura, armata con 2+2ø16 staffe ø8/20cm, adottando le seguenti ipotesi di progetto:

- Acciaio B450C con legame costitutivo elastico-perfettamente plastico deformazione ultima 6,75%

- Cls C28/35 con legame costitutivo a parabola rettangolo



Stato	ε_s	ε'_s	ε_{cu}	x	σ_s	σ'_s	C_s+Z	C	N_{Ed}	M_{Rd}
Trazione	6.75%	6.75%	6.75%	-	391.40	391.40	315	0	315	0
Retta a	6.75%	0.86%	0.00%	0	391.40	391.40	315	0	315	0
Retta b	**6.75%**	**0.55%**	**-0.35%**	**18**	**391.40**	**391.40**	**315**	**-67**	**247**	**13**
Retta c	0.19%	-0.28%	-0.35%	230	391.40	-391.40	0	-886	-886	141
Retta d	-0.04%	-0.31%	-0.35%	400	-81.11	-391.40	-190	-1541	-1731	71
Compressione	-0.20%	-0.20%	-0.20%	-	-391.40	-391.40	-315	-1903	-2218	0

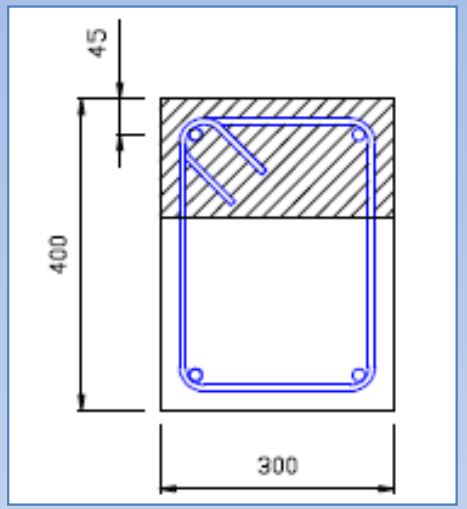
Posizione espressa in mm, tensioni in N/mm^2, carico assiale in kN e momento flettente in kNm

ESEMPIO DI CALCOLO – IPOTESI 8

Si analizzi la sezione in figura, armata con 2+2ø16 staffe ø8/20cm, adottando le seguenti ipotesi di progetto:

- Acciaio B450C con legame costitutivo elastico-perfettamente plastico
  deformazione ultima 13,50%

- Cls C28/35 con legame costitutivo a parabola rettangolo



Stato	ε_s	ε'_s	ε_{cu}	x	σ_s	σ'_s	C_S+Z	C	N_{Ed}	M_{Rd}
Trazione	6.75%	6.75%	6.75%	-	391.40	391.40	315	0	315	0
Retta a	6.75%	0.86%	0.00%	0	391.40	391.40	315	0	315	0
Retta b	**13.5%**	**1.41%**	**-0.35%**	**9**	**391.40**	**391.40**	**315**	**-35**	**280**	**7**
Retta c	0.19%	-0.28%	-0.35%	230	391.40	-391.40	0	-886	-886	141
Retta d	-0.04%	-0.31%	-0.35%	400	-81.11	-391.40	-190	-1541	-1731	71
Compressione	-0.20%	-0.20%	-0.20%	-	-391.40	-391.40	-315	-1903	-2218	0

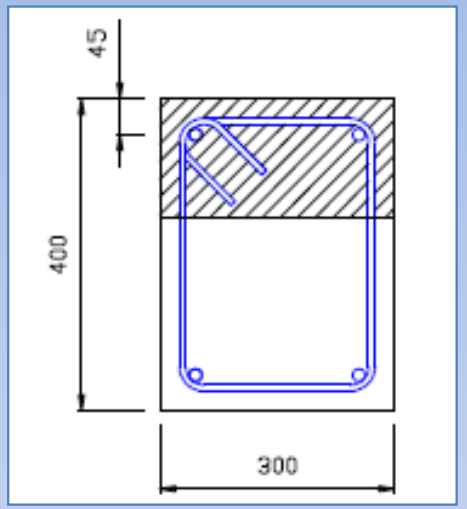
Posizione espressa in mm, tensioni in N/mm^2, carico assiale in kN e momento flettente in kNm

ESEMPIO DI CALCOLO – IPOTESI 9

Si analizzi la sezione in figura, armata con 2+2ø16 staffe ø8/20cm, adottando le seguenti ipotesi di progetto:

- Acciaio B450C con legame costitutivo elastico-perfettamente plastico
  deformazione ultima 3,38%

- Cls C28/35 con legame costitutivo a parabola rettangolo

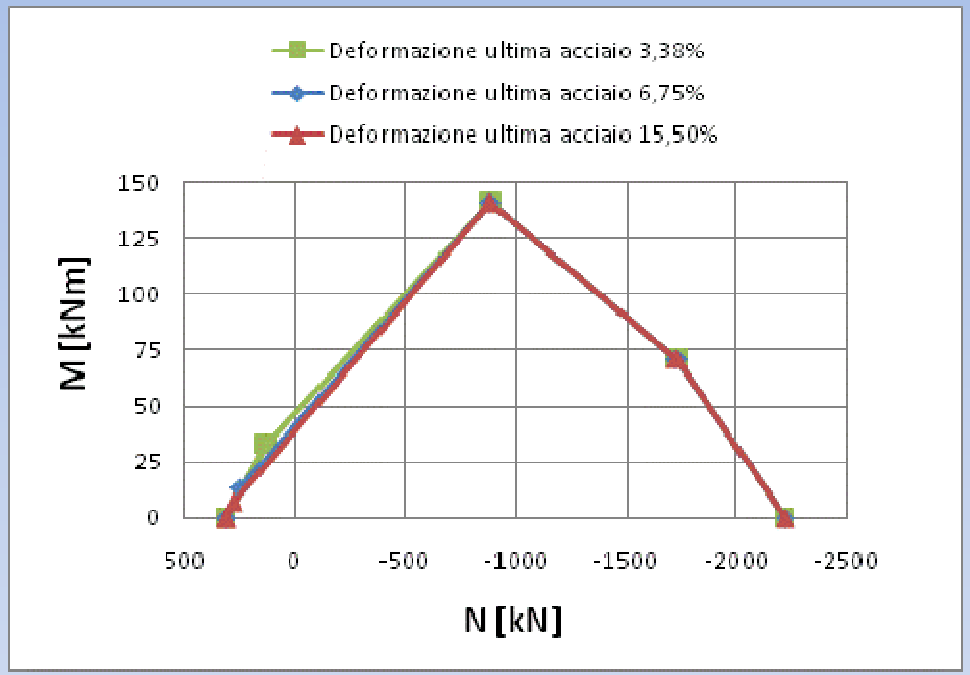


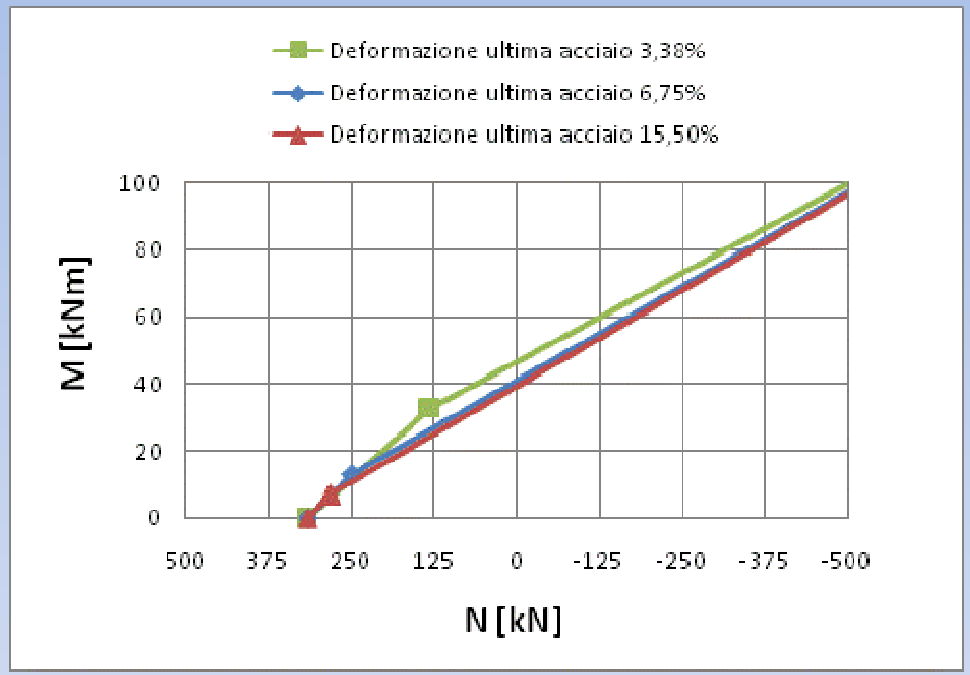
Stato	ε_s	ε'_s	ε_{cu}	x	σ_s	σ'_s	C_s+Z	C	N_{Ed}	M_{Rd}
Trazione	6.75%	6.75%	6.75%	-	391.40	391.40	315	0	315	0
Retta a	6.75%	0.86%	0.00%	0	391.40	391.40	315	0	315	0
Retta b	**3.38%**	**0.12%**	**-0.35%**	**33**	**391.40**	**253.00**	**259**	**-128**	**131**	**33**
Retta c	0.19%	-0.28%	-0.35%	230	391.40	-391.40	0	-886	-886	141
Retta d	-0.04%	-0.31%	-0.35%	400	-81.11	-391.40	-190	-1541	-1731	71
Compressione	-0.20%	-0.20%	-0.20%	-	-391.40	-391.40	-315	-1903	-2218	0

Posizione espressa in mm, tensioni in N/mm^2, carico assiale in kN e momento flettente in kNm

INFLUENZA DEFORMABILITA' ACCIAIO

Confrontando i risultati ottenuti con le tre diverse deformabilità, si ottiene il grafico nelle figure



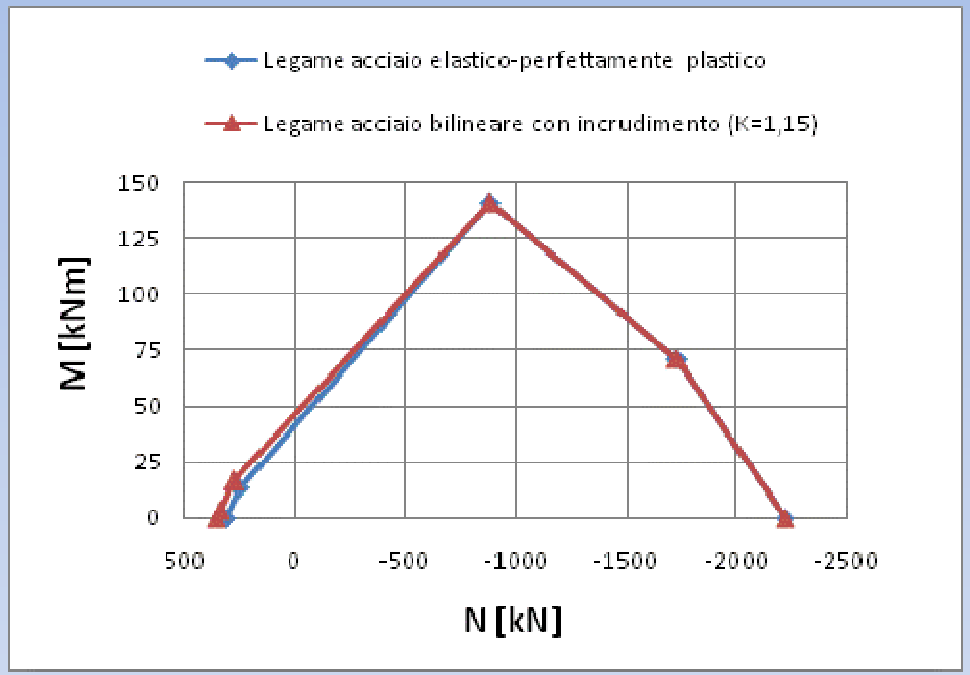


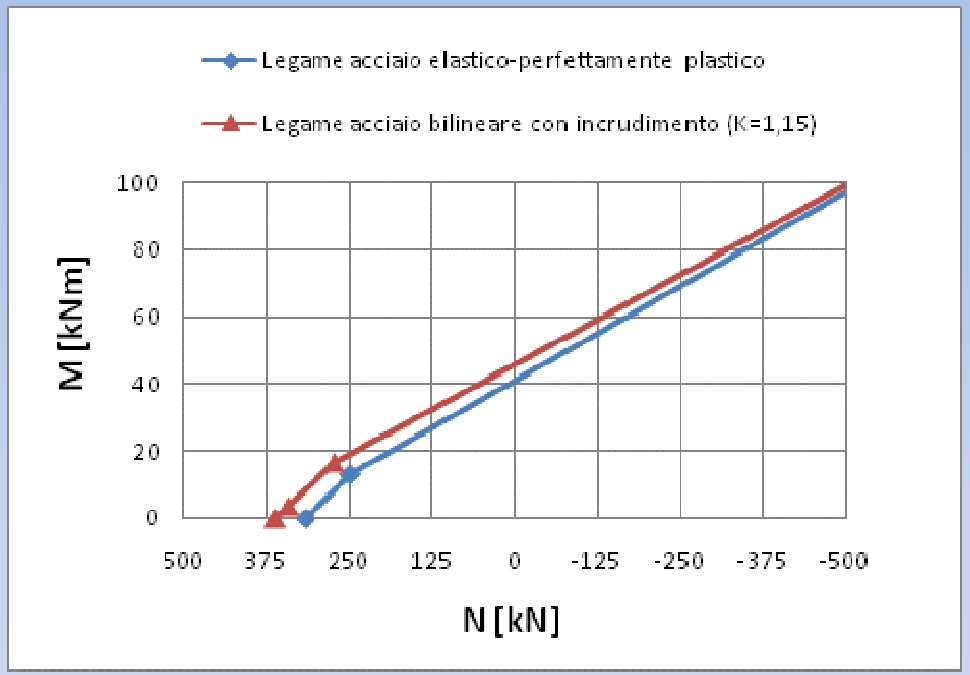
Da cui è possibile osservare come la deformata ultima ipotizzata non influisca sensibilmente nel tracciamento del dominio di resistenza, in quanto il leggero discostamento evidenziato può annullarsi semplicemente raffittendo i punti per cui è calcolato il dominio stesso

E' ragionevole quindi, in caso di adozione di legame elastico perfettamente plastico, determinare il dominio di resistenza adottando la stessa deformazione ultima imposta nel legame incrudente

INFLUENZA DEFORMABILITA' ACCIAIO

Confrontando i risultati ottenuti con le tre diverse deformabilità, si ottiene il grafico nelle figure





Da cui è possibile osservare come, analogamente a quanto riscontrato variando il coefficiente di incrudimento k, l'adozione o meno di un incrudimento dell'acciaio incida esclusivamente sulla resistenza a trazione della sezione

Tuttavia l'adozione di un legame più semplice senza incrudimento è a favore di sicurezza

In ogni caso appare fondata l'applicabilità di uno qualsiasi dei legami predetti in regime di sollecitazione prevalentemente flessionale

PROGETTO SEZIONI AD ARMATURA SEMPLICE

Seppure la verifica allo stato limite ultimo risulti piuttosto onerosa, il progetto può essere affrontato con maggiore semplicità analogamente a quello adottato per le tensioni ammissibili

TENSIONI AMMISSIBILI

$$A_s = \frac{M}{0{,}9 \cdot d \cdot \overline{\sigma}}$$

STATI LIMITE ULTIMI

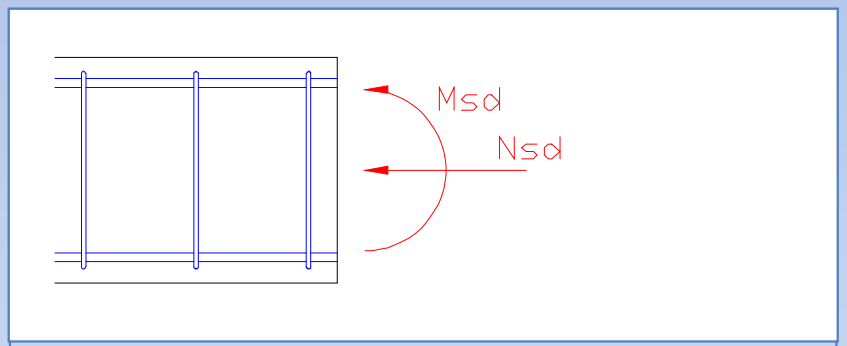
$$A_s = \frac{M_{Sd}}{0{,}9 \cdot d \cdot f_{yd}}$$

Seppur formalmente differente, per quanto già accennato in precedenza, il progetto di sezioni in calcestruzzo armato conduce a risultati analoghi sia adottando il metodo delle tensioni ammissibili che adottando il metodo degli stati limite, in quanto nella formula di destra tanto il momento sollecitante M_{Sd} quanto la resistenza di progetto f_{yd} risultano maggiori di circa il 50% rispetto ai corrispettivi valori di M e σ presenti nella formulazione alle tensioni ammissibili

Per quanto detto non appare infondata l'ipotesi di progettare le sezioni alle tensioni ammissibili, salvo poi verificarle con i dettami degli stati limite ultimi

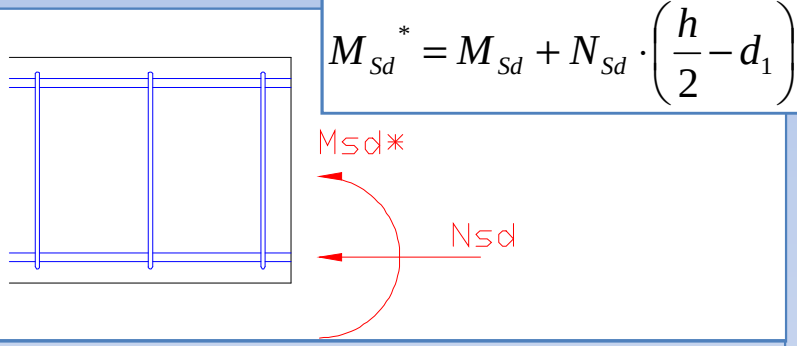
PROGETTO SEZIONI AD ARMATURA COMPOSTA

Analogamente a quanto evidenziato per le sezioni ad armatura semplice (ossia con sola armatura tesa), il progetto per sezioni ad armatura composta (ossia che presentano anche un'armatura a compressione) può affrontarsi in maniera del tutto simile a quella usualmente adottata per la progettazione di elementi con le tensioni ammissibili

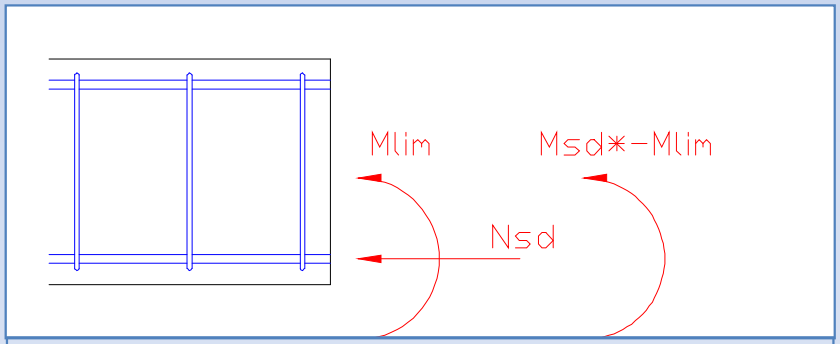


Sollecitazioni di progetto

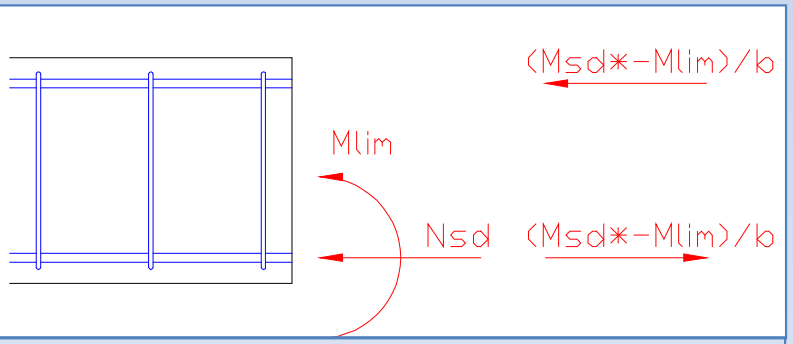
$$M_{Sd}^{*} = M_{Sd} + N_{Sd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d_1\right)$$



Traslazione delle forze sull'armatura tesa



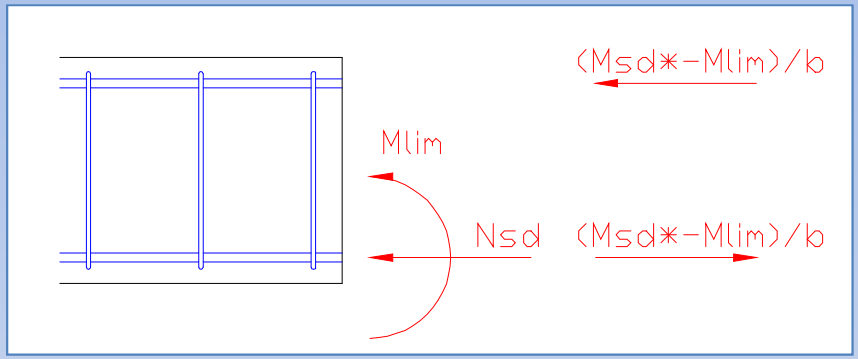
Scorporazione della parte di momento **Mlim** assegnata alla sola armatura tesa



Scomposizione del momento restante **Msd*-Mlim** in una coppia di forze

PROGETTO SEZIONI AD ARMATURA COMPOSTA

Definiti gli schemi, le formule per il progetto delle armature divengono le seguenti



Armatura inferiore per il momento Mlim:

$$A_s = \frac{M_{\lim}}{0{,}9 \cdot d \cdot f_{yd}}$$

Armatura inferiore per la compressione Nsd:

$$A_s = -\frac{N_{Sd}}{f_{yd}}$$

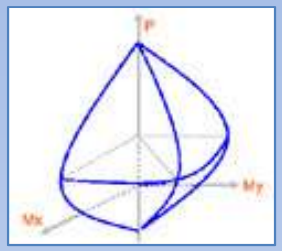
Armatura inferiore e superiore per il momento residuo Msd*-Mlim:

$$A_s = \frac{M_{Sd}^{*} - M_{\lim}}{(d - d') \cdot f_{yd}}$$

Armatura totale inferiore:

$$A_s = \frac{M_{\lim}}{0{,}9 \cdot d \cdot f_{yd}} - \frac{N_{Sd}}{f_{yd}} + \frac{M_{Sd}^{*} - M_{\lim}}{(d - d') \cdot f_{yd}}$$

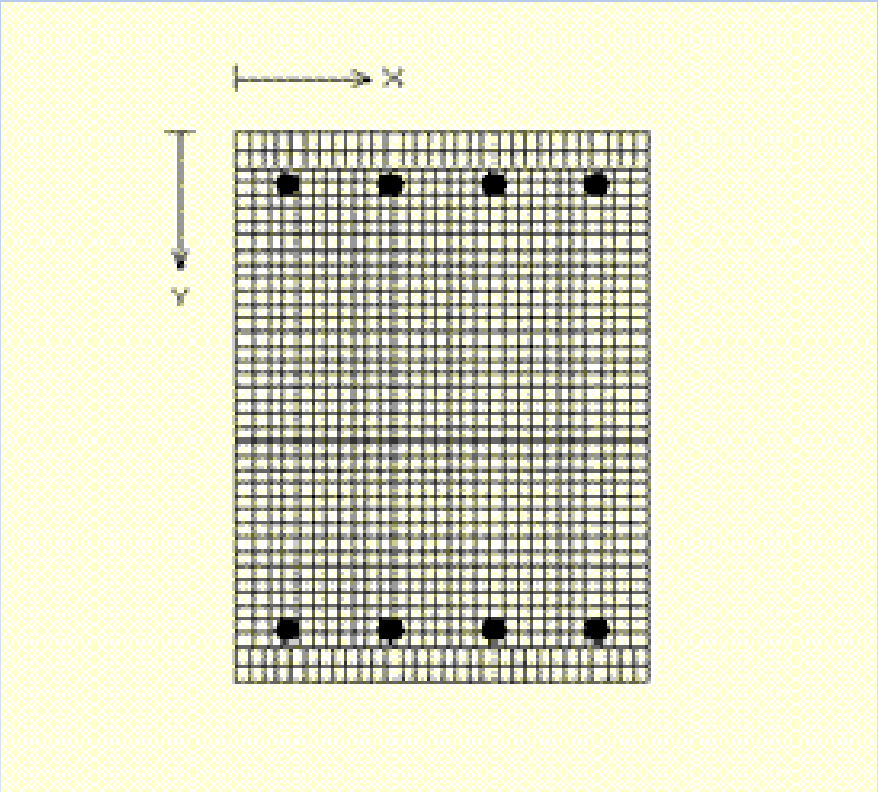
FLESSIONE DEVIATA – APPROCCIO RIGOROSO



Come si era evidenziato in precedenza, in presenza di flessione deviata il dominio di resistenza deve essere rappresentato per mezzo di uno spazio tridimensionale che possa tener conto dell'effetto combinato del momento lungo due direzioni differenti

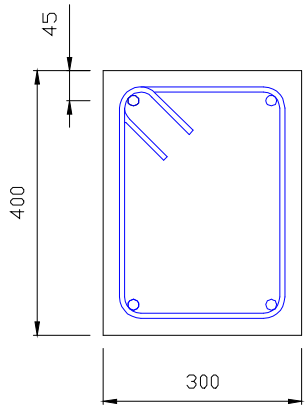
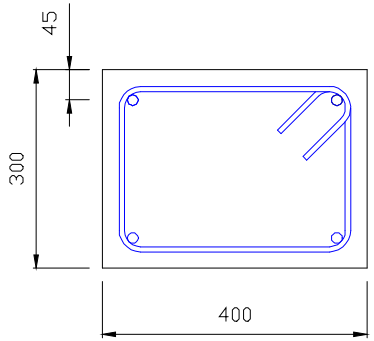
Per poter ricostruire il dominio spaziale è necessario ricorrere alla discretizzazione della sezione in fibre elementari a ciascuna delle quali poter assegnare una deformazione e quindi uno stato tensionale differente in base alla combinazione ricercata

Tale procedimento mal si presta ad un approccio diretto, richiedendo l'appoggio a solutori elettronici a causa della notevole quantità di calcoli necessaria



FLESSIONE DEVIATA – SEMPLIFICAZIONI

Tuttavia, in via semplificativa, la verifica della sezione può essere eseguita realizzando due distinti domini piani, l'uno ottenuto come illustrato in precedenza, e l'altro ottenuto ruotando la sezione di 90° per l'analisi nell'altra direzione

Sezione	Sezione ruotata
	
Determinazione momento resistente M_{Rxd}	Determinazione momento resistente M_{Ryd}

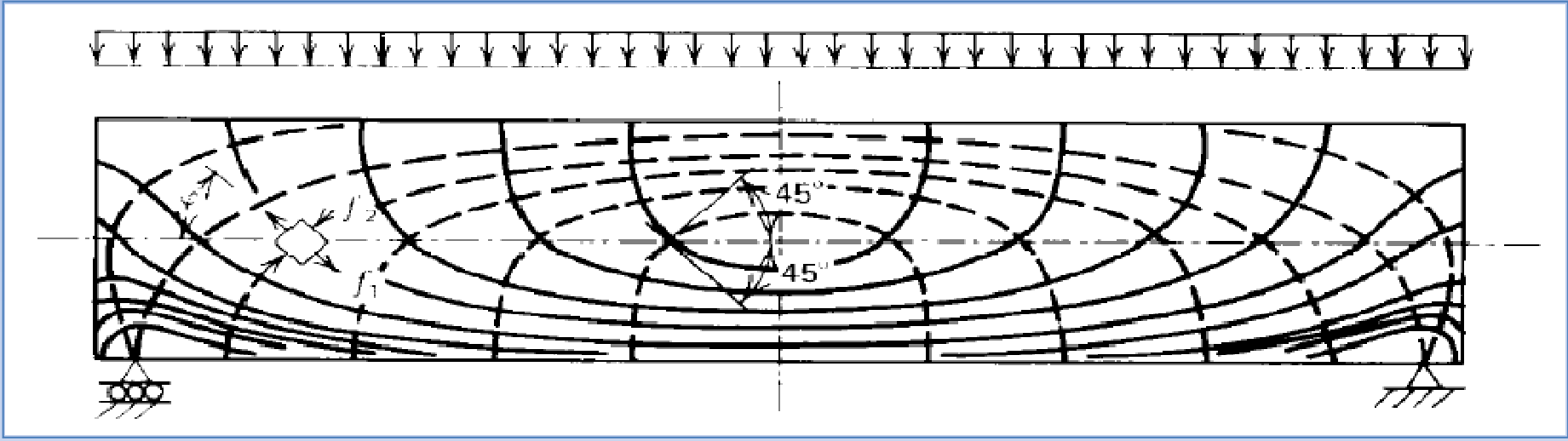
La verifica risulta dunque soddisfatta allorquando

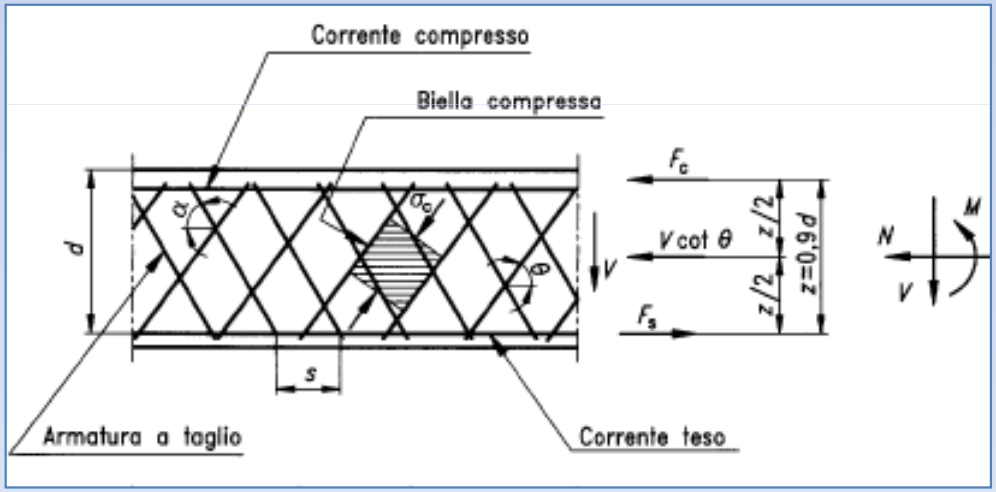
$$(M_{Exd}/ M_{Rxd})^{\alpha} + (M_{Eyd}/ M_{Ryd})^{\alpha}$$

Potendosi porre, a favore di sicurezza, $\alpha=1$

IL TAGLIO NEL C.A.

Il comportamento di elementi in c.a. nei confronti del taglio è inizialmente lineare, con il seguente andamento delle isostatiche che esprimono le tensioni principali





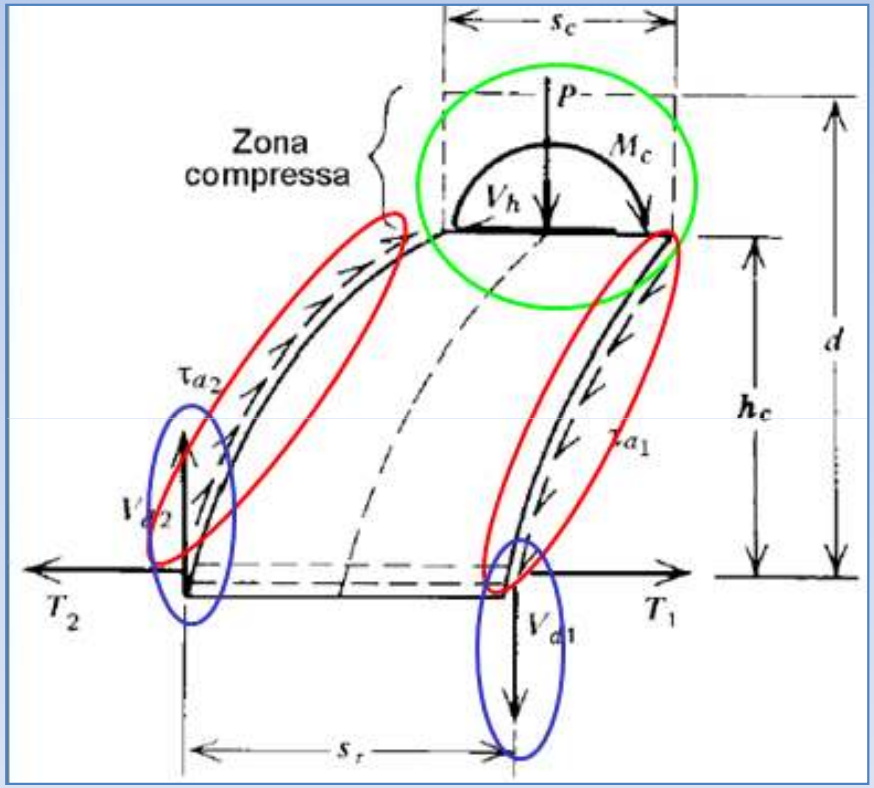
Successivamente, superata la resistenza a trazione del calcestruzzo, si innescano e si propagano delle fessure perpendicolari alle isostatiche di trazione (linee continue)

La trave fessurata diviene paragonabile a una trave reticolare in cui il calcestruzzo costituisce le aste compresse, mentre le barre di armatura costituiscono le aste tese

ELEMENTI NON ARMATI A TAGLIO

L'impiego di elementi senza armature trasversali resistenti a taglio è consentito per la realizzazione di solai, piastre e membrature a comportamento analogo (**elementi superficiali**)

In tali casi, superata la resistenza a trazione del calcestruzzo, la resistenza a taglio della sezione è affidata completamente a degli effetti locali:



ingranamento degli inerti

(tensioni tangenziali che si sviluppano sulle superfici delle fessure)

effetto spinotto

(forze di taglio che si sviluppano sulle barre longitudinali)

effetto mensola

(forze di taglio che si sviluppano all'incastro della mensola in cls nel corrente compresso)

ELEMENTI NON ARMATI A TAGLIO

I taglio resistente di progetto può dunque valutarsi attraverso la seguente formula, valida in assenza di sforzi di trazione significativi (**quindi orientativamente non valida per i Campi 1 e 2**)

$$V_{Rd} = \left\{0{,}18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} / \gamma_c + 0{,}15 \cdot \sigma_{cp}\right\} \cdot b_w \cdot d \geq (v_{min} + 0{,}15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w d$$

In cui i termini presenti assumono il seguente significato

$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2$

$v_{min} = 0{,}035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$

e dove

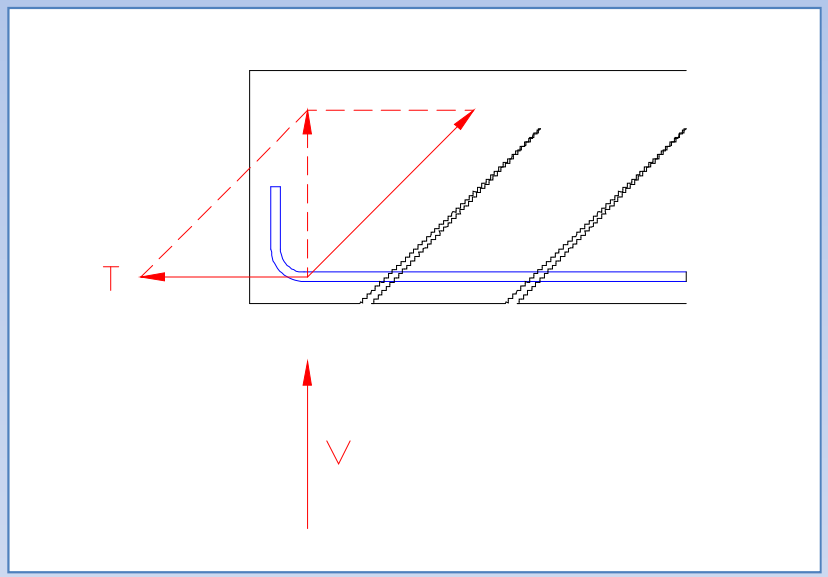
d	è l'altezza utile della sezione (in mm);
$\rho_l = A_{sl} / (b_w \cdot d)$	è il rapporto geometrico di armatura longitudinale ($\leq 0{,}02$);
$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c$	è la tensione media di compressione nella sezione ($\leq 0{,}2\ f_{cd}$);
b_w	è la larghezza minima della sezione(in mm).

Altra formulazione è invece riportata per gli elementi precompressi che, se non fessurati, possono far affidamento su di resistenze ben maggiori

$$V_{Rd} = 0{,}7 \cdot b_w \cdot d \cdot (f_{ctd}^2 + \sigma_{cp} \cdot f_{ctd})^{1/2}$$

TRAZIONE AGLI APPOGGI

Nel caso di elementi in calcestruzzo armato senza armature trasversali resistenti al taglio, la normativa prescrive che in corrispondenza degli appoggi le armature longitudinali siano in grado di assorbire una forza di trazione pari a quella di taglio sull'appoggio stesso



Ciò in quanto la reazione all'appoggio che genera il taglio V si scompone lungo due componenti, di cui una a 45° di compressione in direzione della biella in calcestruzzo, mentre l'altra orizzontale di trazione in direzione della barra di armatura longitudinale

Avendo assunto come inclinazione delle bielle un angolo di 45°, appare inoltre immediato che

T = V

ELEMENTI ARMATI A TAGLIO

Il taglio resistente di progetto per elementi con armature trasversali resistenti al taglio va invece valutato distintamente per i diversi elementi del traliccio resistente e quindi tanto per le armature trasversali resistenti a trazione quanto per l'anima di cls resistente a compressione

$$V_{Rsd} = 0{,}9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (ctg\alpha + ctg\theta) \cdot \sin\alpha$$

Resistenza di calcolo a "***taglio trazione***"

$$V_{Rcd} = 0{,}9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (ctg\alpha + ctg\theta)/(1 + ctg^2\theta)$$

Resistenza di calcolo a "***taglio compressione***"

In cui alcuni dei termini sono già stati definiti trattando gli elementi senza armature al taglio

d	è l'altezza utile della sezione (in mm);
$\rho_l = A_{sl}/(b_w \cdot d)$	è il rapporto geometrico di armatura longitudinale ($\leq 0{,}02$);
$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c$	è la tensione media di compressione nella sezione ($\leq 0{,}2\ f_{cd}$);
b_w	è la larghezza minima della sezione(in mm).

mentre gli altri termini presenti assumono il seguente significato

A_{sw}	area dell'armatura trasversale; (riferita al numero di braccia della stessa)		
s	interasse tra due armature trasversali consecutive;		
α	angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;		
f'_{cd}	resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ($f'_{cd} = 0{,}5 \cdot f_{cd}$);		
α_c	coefficiente maggiorativo pari a	1	per membrature non compresse
		$1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$	per $0 \leq \sigma_{cp} < 0{,}25\ f_{cd}$
		1,25	per $0{,}25\ f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0{,}5\ f_{cd}$
		$2{,}5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$	per $0{,}5\ f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

ELEMENTI STAFFATI

Nel caso di elementi in cui le armature trasversali resistenti al taglio siano costituite dalle staffe, l'angolo α di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave diviene pari a 90°

Detto ciò assumendo che l'inclinazione θ delle fessure rispetto all'asse della trave sia pari a 45° (rispettando quindi la prescrizione $1 \le \cot\theta \le 2{,}5$ imposta da normativa), le formule

$$V_{Rsd} = 0{,}9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{ctg}\theta) \cdot \sin\alpha$$

Resistenza di calcolo a "***taglio trazione***"

$$V_{Rcd} = 0{,}9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (\mathrm{ctg}\alpha + \mathrm{ctg}\theta)/(1 + \mathrm{ctg}^2\theta)$$

Resistenza di calcolo a "***taglio compressione***"

Possono riscriversi nelle più semplici

$$V_{Rsd} = 0{,}9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd}$$

Resistenza di calcolo a "***taglio trazione***"

$$V_{Rcd} = \frac{0{,}9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd}}{2}$$

Resistenza di calcolo a "***taglio compressione***"

Ancora una volta inoltre, così come evidenziato per gli elementi senza armatura resistente a taglio, possono evincersi i benefici indotti da una precompressione degli elementi, i quali si riflettono direttamente sul valore del coefficiente maggiorativo α_c

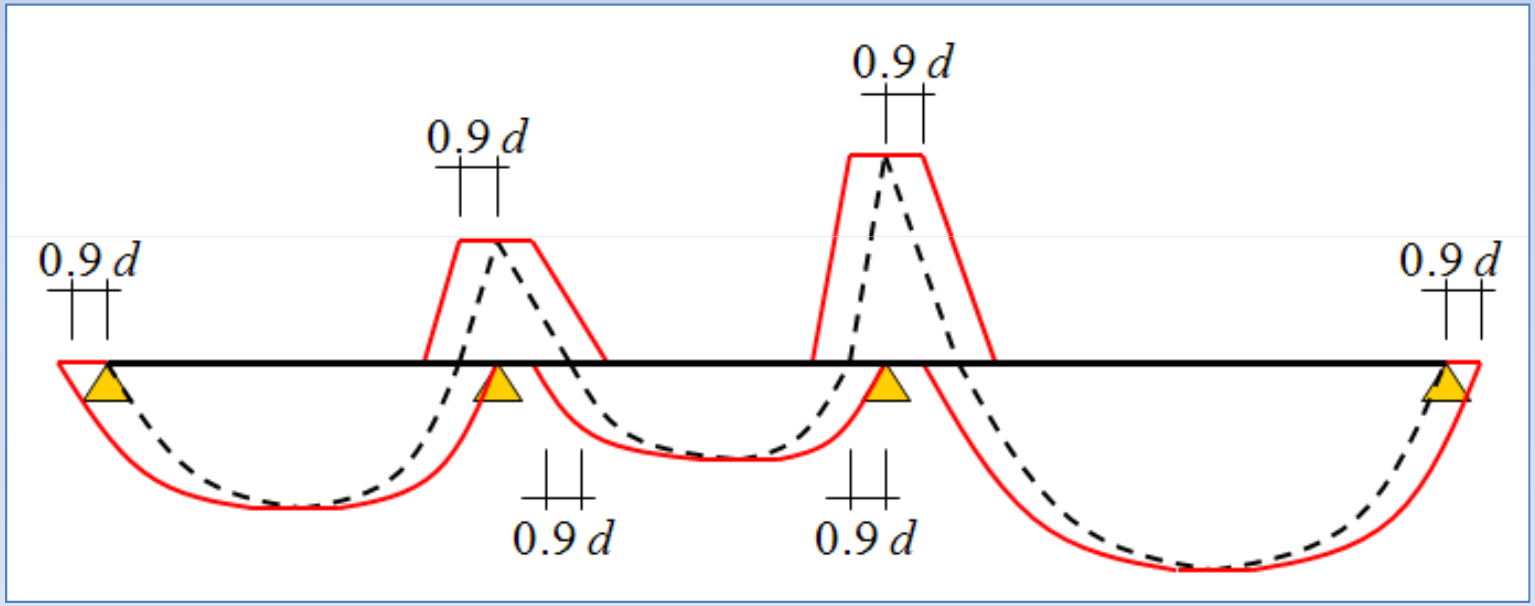
Ovviamente la verifica sarà soddisfatta quando $\mathbf{V_{Rd} = \min (V_{Rsd} ; V_{Rcd}) \ge V_{Ed}}$

TRASLAZIONE DEL MOMENTO

Nel caso di elementi in calcestruzzo armato con armature trasversali resistenti al taglio, la normativa prescrive che le armature longitudinali dimensionate sulla base delle sollecitazioni flessionali debbano essere prolungate di una misura pari a

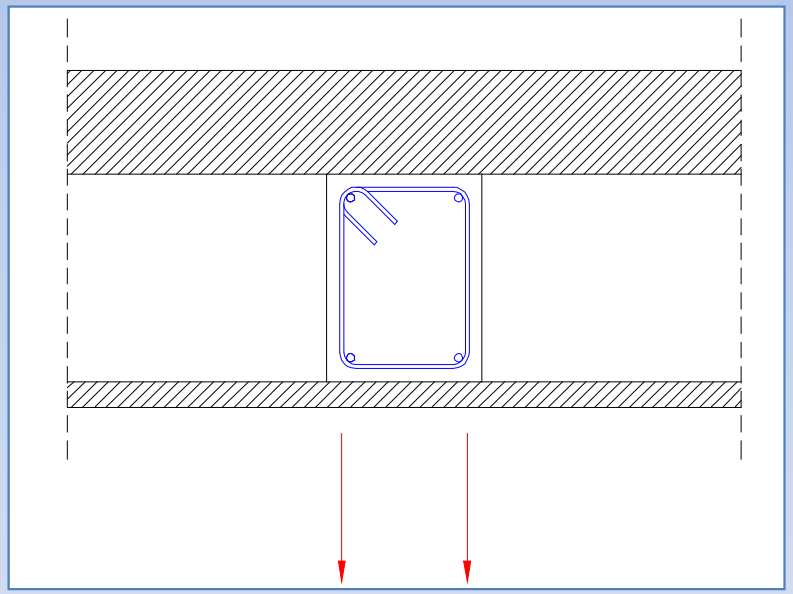
$$a_1 = 0{,}9 \cdot d \cdot (\cot\theta - \cot\alpha)/2$$

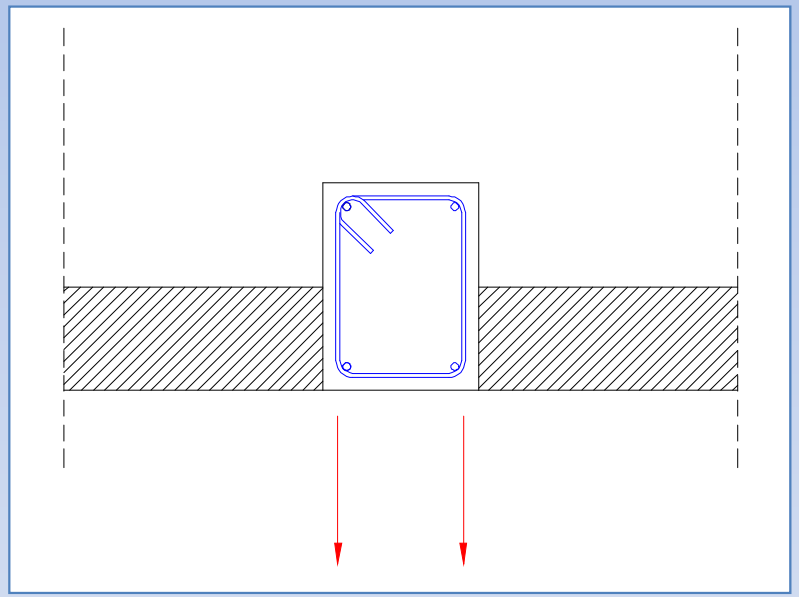
Ipotizzando l'utilizzo di staffe (α=90°) e ricordando i limiti prescritti per l'inclinazione delle fessure e quindi delle bielle in calcestruzzo ($1 \le \cot\theta \le 2{,}5$), il rispetto della prescrizione sovrastante si riconduce generalmente alla traslazione del diagramma del momento di una distanza pari a 0,9d



CARICHI APPESI

Nel caso di presenza di carichi appesi, come ad esempio possa aversi per elementi di controsoffittatura o in caso di travi rialzate, la determinazione degli elementi di armatura trasversale deve effettuarsi valutando separatamente l'area di armatura necessaria per i carichi appoggiati dall'area di armatura necessaria per i carichi appesi





Mentre i carichi appoggiati concorrono alla determinazione delle armature trasversali secondo quanto illustrato precedentemente, i carichi appesi generano delle ulteriori forze di trazione

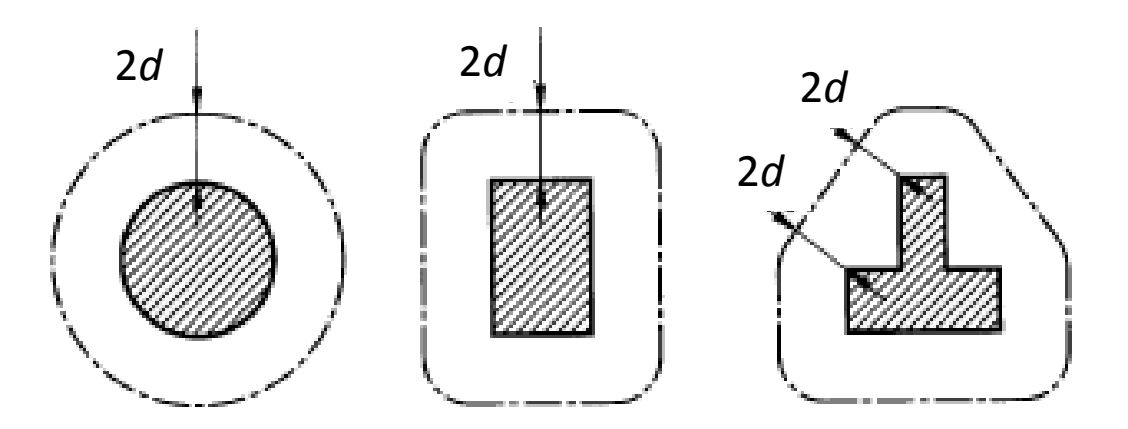
Determinato ad esempio il carico appeso N_{appeso} che compete ad una staffa, detta staffa dovrà avere un'area resistente aggiuntiva valutabile semplicemente attraverso la seguente formula

$$A_{sw} = N_{appeso} / f_{yd}$$

PUNZONAMENTO DI LASTRE NON ARMATE

Le lastre devono essere verificate nei riguardi del punzonamento allo stato limite ultimo in corrispondenza di pilastri o di altri carichi concentrati

In assenza di un'apposita armatura trasversale, la resistenza al punzonamento di una lastra di spessore *h* può valutarsi sfruttando la resistenza a taglio (e quindi a trazione) del calcestruzzo lungo una superficie posta ad una distanza pari a due volte l'altezza utile *d* dal carico agente



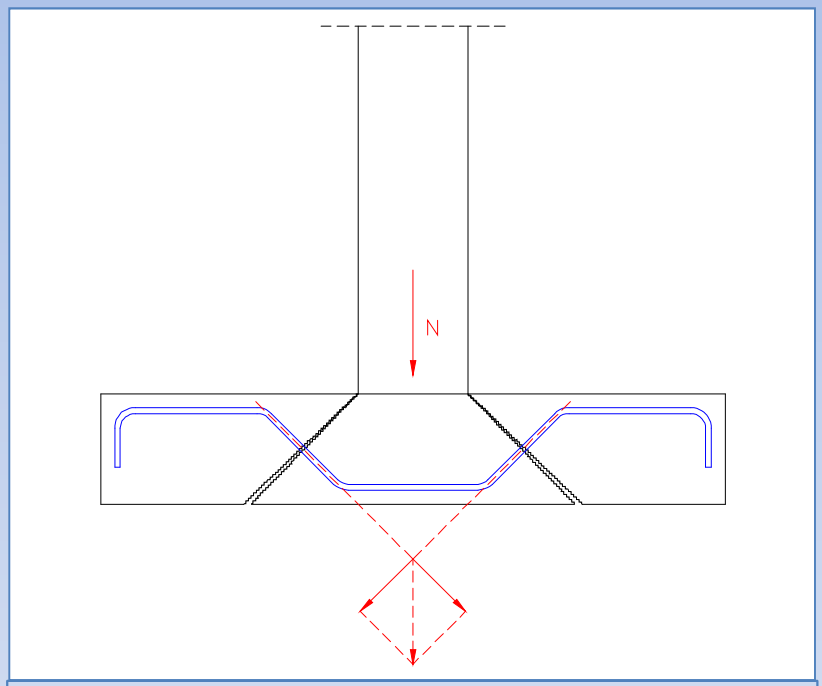
Determinazione del perimetro efficace *u* (vista in pianta)

La forza resistente al punzonamento può allora assumersi pari a

$$F = 0{,}5 \cdot u \cdot h \cdot f_{ctd}$$

PUNZONAMENTO DI LASTRE ARMATE

In presenza di un'apposita armatura trasversale, l'intero sforzo di punzonamento allo stato limite ultimo deve essere affidato all'armatura in questione



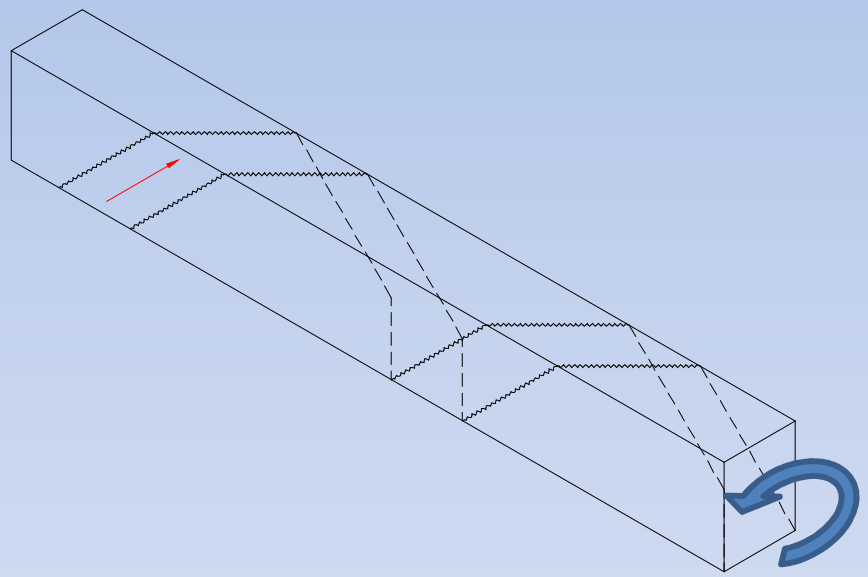
Scomposizione del carico assiale

In presenza di cavallotti a 45°, la scomposizione del carico concentrato *N* fornisce

$$A_{sw} = \frac{N}{f_{yd} \cdot \sqrt{2}}$$

LA TORSIONE NEL C.A.

Il comportamento di elementi in c.a. nei confronti della torsione è parzialmente assimilabile a quello mostrato nei confronti delle azioni taglianti



Come nel taglio infatti, superata la resistenza a trazione del calcestruzzo, si innescano e si propagano delle fessure perpendicolari alle isostatiche di trazione e con andamento elicoidale attorno alla trave

La trave fessurata può quindi assimilarsi ad una trave reticolare periferica in cui il le aste compresse sono costituite dal calcestruzzo mentre le aste tese sono costituite dalle barre di armatura metallica

Il fatto che in tal caso il traliccio si avvolga a spirale lungo l'elemento, fa sì tuttavia che, differentemente da quanto avveniva nel taglio, gli sforzi di trazione si distribuiscano e siano affidati sia alle armature trasversali che alle armature longitudinali

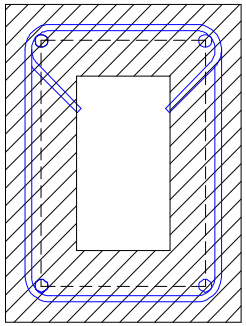
Elementi a pareti sottili o a sezione aperta richiedono invece lo studio del problema considerando la variazione di ingobbamento lungo lo sviluppo dell'elemento (torsione non uniforme)

VERIFICA A TORSIONE DI ELEMENTI IN C.A.

La torsione resistente di progetto, sempre analogamente al taglio, va valutata distintamente per i diversi elementi del traliccio resistente e quindi tanto per le armature trasversali e longitudinali resistenti a trazione quanto per l'anima di calcestruzzo resistente a compressione

$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot ctg\theta / (1 + ctg^2\theta)$	Resistenza di calcolo del **calcestruzzo**
$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \cdot ctg\theta$	Resistenza di calcolo delle **staffe trasversali** di area A_s
$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{\sum A_l}{u_m} \cdot f_{yd} / ctg\theta$	Resistenza di calcolo delle **barre longitudinali** di area A_l

In cui f'_{cd}, θ ed s hanno lo stesso significato già visto nella trattazione del taglio, mentre il significato dei termini A, t ed u_m è illustrato nelle figure successive

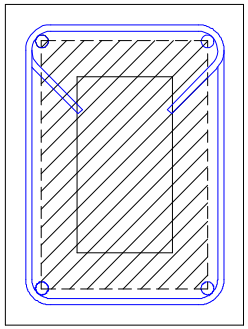


Profilo periferico resistente di spessore t e perimetro esterno u

con

$t = \max\{A_{cls}/u ; 2 \cdot d'\}$

t = spessore sez. cava



Area A racchiusa dal perimetro medio u_m del profilo periferico resistente

TORSIONE COMPOSTA AD ALTRE AZIONI

Premesso che per l'angolo θ di inclinazione delle bielle compresse deve essere assunto un unico valore per le due verifiche di taglio e torsione, e premesso che la normativa prescrive in caso di torsione un valore dell'angolo tale che sia $0,4 \le \cot\theta \le 2,5$, le formule riscriversi adottando $\theta = 45°$

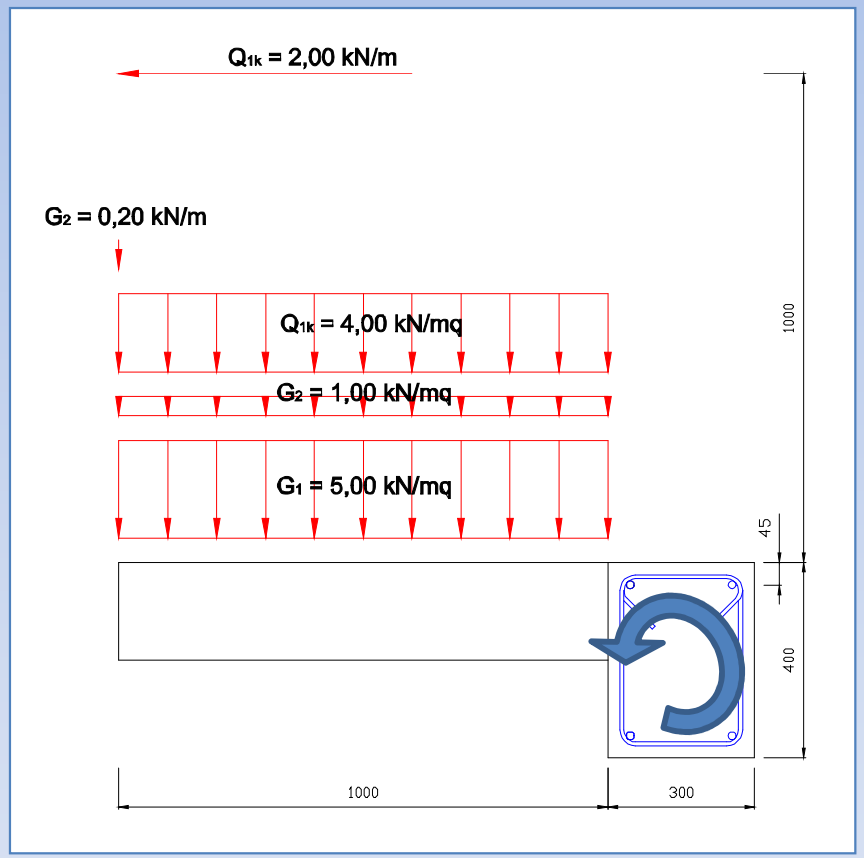
$T_{Rcd} = A \cdot t \cdot f'_{cd}$	Resistenza di calcolo del **calcestruzzo**
$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd}$	Resistenza di calcolo delle **staffe trasversali** di area A_s
$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{\sum A_l}{u_m} \cdot f_{yd}$	Resistenza di calcolo delle **barre longitudinali** di area A_l

In ogni caso, in presenza di sollecitazioni composte di torsione, taglio, flessione e azione assiale:

1. l'area Al delle armature longitudinali richieste per la torsione deve aggiungersi a quella richiesta per la flessione e lo sforzo normale
2. l'area As delle armature trasversali richieste per la torsione deve aggiungersi a quella richiesta per il taglio
3. la resistenza delle bielle in calcestruzzo deve essere tale che $\frac{T_{Ed}}{T_{Rcd}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rcd}} \le 1$

ESEMPIO DI CALCOLO – TORSIONE AGENTE

Si consideri ad esempio la seguente situazione, di cui è già stata eseguita l'analisi dei carichi e che è riconducibile allo schema di calcolo di un balcone ancorato in una trave in calcestruzzo armato



Constatando l'effetto sfavorevole indotto da ciascuno dei carichi in figura, e ipotizzato che i carichi non strutturali non siano compiutamente definiti, la combinazione fondamentale allo Stato Limite Ultimo (trascurando al momento l'effetto del sisma) diviene:

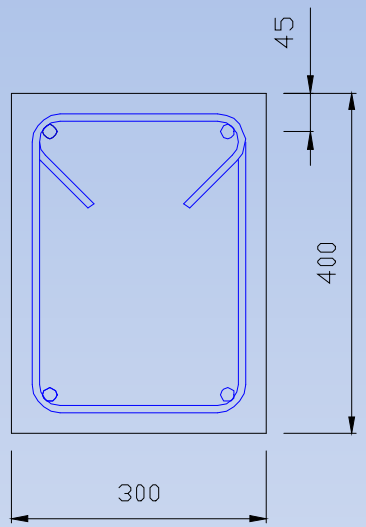
$$1{,}3 \cdot G_1 + 1{,}5 \cdot G_2 + 1{,}5 \cdot Q_{1k}$$

Da cui si ottiene, per un metro di balcone

$$T_{Ed} = 12{,}445 \text{ kNm}$$

ESEMPIO DI CALCOLO – DATI SEZIONE IN C.A.

Fissati i materiali da adottare in un calcestruzzo di classe C28/35 ed in un acciaio di tipo B450C, i parametri da inserire nelle formule della torsione possono agevolmente calcolarsi



$C25/35 \Rightarrow f_{cd} = 15{,}86\ N/mm^2 \Rightarrow f'_{cd} = 7{,}93\ N/mm^2$

$B450C \Rightarrow f_{yd} = 391{,}30\ N/mm^2$

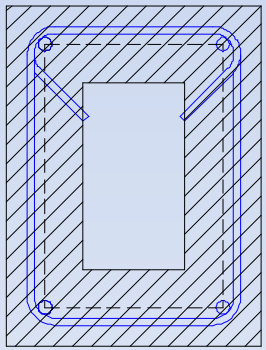
Inoltre, dalla figura riportata di fianco

$t = \max\{A_{cls} / u\ ;\ 2 \cdot d'\} = 2 \cdot 45mm = 90mm$

$u_m = 2 \cdot (210mm + 310mm) = 1040mm$

$A = 210mm \cdot 310mm = 65100mm^2$

Ottenendo, fissando per le staffe un diametro di 8mm



$$T_{Rcd} = A \cdot t \cdot f'_{cd} = 46{,}462kNm \Rightarrow \frac{T_{Ed}}{T_{Rcd}} = 0{,}268$$

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot \frac{A_s}{s} \cdot f_{yd} \Rightarrow s_{\max} = \frac{2 \cdot A \cdot A_s \cdot f_{yd}}{T_{Ed}} = 413mm$$

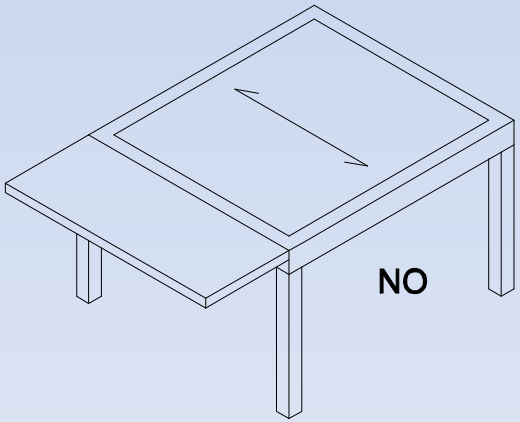
$$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \frac{\sum A_l}{u_m} \cdot f_{yd} \Rightarrow \left(\sum A_l\right)_{\min} = \frac{T_{Ed} \cdot u_m}{2 \cdot A \cdot f_{yd}} = 255mm^2 \Rightarrow 4\phi 10$$

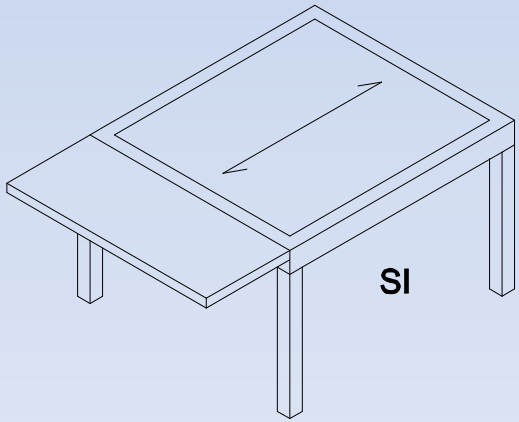
TORSIONE – CONSIDERAZIONI

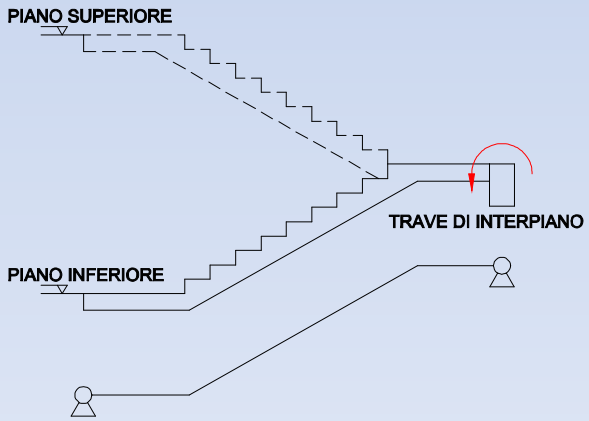
Seppur non sia stato evidenziato dall'esempio precedente, le sezioni in calcestruzzo armato generalmente mal si prestano a fronteggiare sollecitazioni di torsione, e possono portare in talune situazioni a verifiche proibitive per la progettazione strutturale dell'opera
Per detto motivo è preferibile concepire soluzioni per cui l'equilibrio statico di una struttura non dipenda dalla resistenza torsionale degli elementi che la compongono

La stessa normativa, per strutture iperstatiche in cui la torsione insorga solo per esigenze di congruenza e in cui la sicurezza non dipenda dalla resistenza torsionale, semplifica di fatto il tutto ammettendo la possibilità di non condurre le verifiche torsionali

Alcuni consigli in tal senso possono essere quello di bilanciare i carichi in aggetto e, dove possibile, cautelarsi dagli extramomenti che potrebbero generarsi in assenza di una resistenza torsionale (ad esempio considerando come vincoli delle cerniere in sostituzione degli incastri)







STATI LIMITE DI ESERCIZIO

Si osservano gli stati limite di esercizio più comuni

Tipo di combinazione	Tipo di verifiche allo stato limite di esercizio
Quasi permanente	Verifiche di deformabilità
Quasi permanente Frequente	Verifiche di fessurazione
Quasi permanente Rara	Verifiche delle tensioni di esercizio
Rara	Verifiche a fatica

Altri stati limite, come la verifica delle vibrazioni, non risultano invece generalmente importanti nell'ottica delle costruzioni tradizionali

STATO LIMITE DI DEFORMABILITA'

Tipo di Combinazione	Carico Permanente Strutturale	Carico Permanente Portato	Pre-sollecitazione	Carico Sismico	Carico Eccezionale	Carico Variabile Dominante	Carichi Variabili Secondari
Quasi permanente (SLE)	G_1	G_2	P	-	-	$\psi_{21} \cdot Q_{K1}$	$\psi_{22} \cdot Q_{K2}$

Il calcolo delle deformazioni si effettua di norma per la combinazione di carico quasi permanente, adottando per i calcoli la rigidezza effettiva della sezione, ossia adottando:

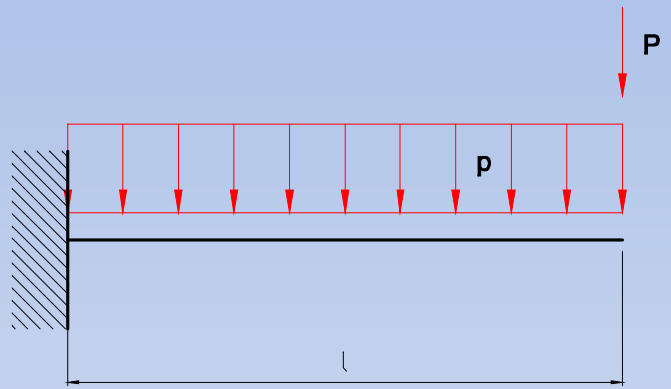
- l'inerzia della sezione interamente reagente qualora le tensioni di trazione non superino la resistenza a trazione del calcestruzzo (stato I non fessurato)
- l'inerzia della sezione fessurata altrimenti

(in via semplificativa può assumersi la rigidezza della sezione fessurata pari alla metà della rigidezza della sezione non fessurata)

I valori ottenuti devono risultare orientativamente non maggiori a 1/250 della luce o a 1/500 della luce qualora la trave sia a contatto e sostenga elementi quali tramezzi e similari

SCHEMI DI CALCOLO DELLA DEFORMABILITA'

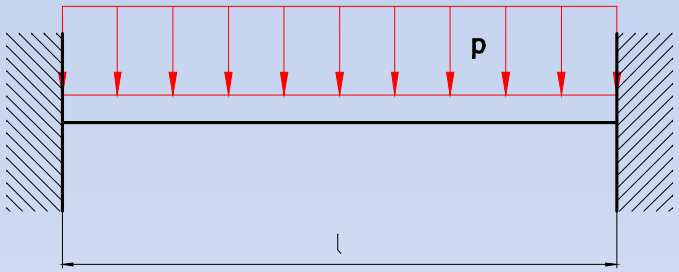
Di seguito sono riportati alcuni degli schemi più ricorrenti per la stima delle deformate di travi inflesse, rimandando ai più comuni prontuari di calcolo per le altre tipologie



Si sottolinea che detti schemi non consentono una stima attendibile della deformazione che tenga in conto di tutte le condizioni al contorno

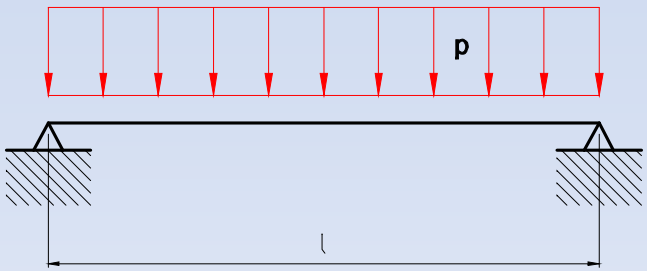
Trave a sbalzo

$$f = \frac{1}{3}\frac{Pl^3}{EJ} + \frac{1}{8}\frac{pl^4}{EJ}$$



Trave incastrata

$$f = \frac{1}{384}\frac{pl^4}{EJ}$$



Trave appoggiata

$$f = \frac{5}{384}\frac{pl^4}{EJ}$$

RAPPORTI DI SNELLEZZA LIMITE

Per travi a sezione rettangolare o assimilabili e per luci fino a 10m, le indicazioni fornite dal D.M. 9 gennaio 1996 sono di poter omettere la verifica allo stato limite di deformazione qualora i rapporti tra la luce *l* dell'elemento e la sua altezza *h* (espresse entrambe in metri) non superino i seguenti rapporti di snellezza limite

Tipo di elemento	Rapporto di snellezza *l*/*h* massimo
Travi e piastre a sbalzo in c.a.	7
Travi e piastre appoggiate in c.a.	20
Travi continue e piastre incastrate in c.a.	26
Travi e piastre a sbalzo in c.a.p.	9,1
Travi e piastre appoggiate in c.a.p.	26
Travi continue e piastre incastrate in c.a.p.	33,8
Travi appoggiate sottostanti pareti divisorie	120 / *l*
Travi continue sottostanti pareti divisorie	150 / *l*

RAPPORTI DI SNELLEZZA LIMITE

Analoghe indicazioni sono fornite nelle recenti Istruzioni alle Norme Tecniche per le Costrizioni dove, sempre per luci non superiori ai 10m, le verifiche si intendono soddisfatte se è rispettata la formula

$$\frac{l}{h} \le K\left[11+\frac{0{,}0015\cdot fck}{\rho+\rho'}\right]\cdot\left[\frac{500A_{s,eff}}{f_{yk}A_{s,calc}}\right]$$

Essendo ρ e ρ' i rapporti di armatura tesa e compressa ed $A_{s,eff}$ e $A_{s,calc}$ le armature tese effettive e di calcolo nella sezione più sollecitata; ponendo f_{ck} = 30MPa e il secondo fattore tra parentesi unitario:

Sistema strutturale	K	Calcestruzzo molto sollecitato ρ=1,5%	Calcestruzzo poco sollecitato ρ=0,5%
Travi semplicemente appoggiate, piastre incernierate mono o bidirezionali	1,0	14	20
Campate terminali di travi continue o piastre continue monodirezionali o bidirezionali continue sul lato maggiore	1,3	18	26
Campate intermedie di travi o piastre mono o bidirezionali	1,5	20	30
Piastre non nervate sostenute da pilastri (snellezza relativa alla luce maggiore)	1,2	17	24
Mensole	0,4	6	8

Dovendosi moltiplicare i valori di K (e quindi i valori limite) per 1,2 in caso di c.a.p.

CLASSI DI ESPOSIZIONE

La classe di esposizione è funzione delle condizioni ambientali di contorno all'opera e rappresenta sostanzialmente l'aggressività dell'ambiente stesso sull'opera

Denominazione della classe	Descrizione dell'ambiente di esposizione	Esempi di condizioni ambientali (a titolo informativo)
1. Nessun rischio di corrosione delle armature o di attacco al calcestruzzo		
X0	Molto secco	Interni di edifici con umidità relativa molto bassa
2. Corrosione delle armature indotta da carbonatazione		
XC1	Secco	Interni di edifici con umidità relativa molto bassa
XC2	Bagnato, raramente secco	Parti di strutture di contenimento liquidi; fondazioni
XC3	Umidità moderata	Interni di edifici con umidità da moderata ad alta; calcestruzzo all'esterno riparato dalla pioggia
XC4	Ciclicamente secco e bagnato	Superfici soggette a contatto con acqua non comprese nella classe XC2
3. Corrosione indotta da cloruri		
XD1	Umidità moderata	Superfici esposte a spruzzi diretti d'acqua contentente cloruri
XD2	Bagnato, raramente secco	Piscine; calcestruzzo esposto ad acque industriali contententi cloruri
XD3	Ciclicamente secco e bagnato	Parti di ponti; pavimentazioni; parcheggi per auto

CLASSI DI ESPOSIZIONE

Denominazione della classe	Descrizione dell'ambiente di esposizione	Esempi di condizioni ambientali (a titolo informativo)
4. Corrosione indotta da cloruri dell'acqua di mare		
XS1	Esposizione alla salsedine marina ma non in contatto diretto con acqua di mare	Strutture sulla costa o in prossimità
XS2	Sommerse	Parti di strutture marine
XS3	Nelle zone di mree, nelle zone soggette a spruzzi	Parti di strutture marine
5. Attacco da cicli gelo/disgelo		
XF1	Grado moderato di saturazione, in assenza di agenti disgelanti	Superfici verticali esposte alla pioggia e al gelo
XF2	Grado moderato di saturazione, in presenza di sali disgelanti	Superfici verticali di opere stradali esposte al gelo e ad agenti disgelanti nebulizzati nell'aria
XF3	Grado elevato di saturazione, in assenza di sali disgelanti	Superfici orizontali esposte alla pioggia e al gelo
XF4	Grado elevato di saturazione, in presenza di sali disgelanti	Superfici verticali e orizontali esposte a spruzzi d'acqua contenente sali disgelanti
6. Attacco chimico		
XA1	Aggressività debole (secondo tab. 9)	
XA2	Aggressività moderata (secondo tab. 9)	
XA3	Aggressività forte (secondo tab. 9)	

GRADO DI ATTACCO AGENTI AGGRESSIVI

L'effetto deleterio indotto dagli agenti chimici aggressivi sulla matrice legante del calcestruzzo è tabellabile in funzione della concentrazione degli agenti chimici stessi

Classe XA1 | Classe XA2 | Classe XA3

Agente aggresivo nelle acque	**Grado di attacco**		
	Debole	**Moderato**	**Forte**
pH	6,5 - 5,5	5,5 - 4,5	4,5 - 4,0
CO_2 aggressiva (mg CO_2/1)	15 - 30	30 - 60	60 - 100
Ioni ammonio (mg NH_4^+/1)	15 - 30	30 - 60	60 - 100
Ioni magnesio (mg NH^{2+}/1)	100 - 300	300 - 1500	1500 - 3000
Ioni solfato (mg SO_4^{2-}/1)	200 - 600	600 - 3000	3000 - 6000
Agente aggresivo nel terreno			
Ioni solfato (mg SO_4^{2-}/Kg di terreno seccato all'aria)	2000 - 6000	6000 - 12000	> 12000

Tale assunto rende necessario, in sede di analisi geologica, la necessità di effettuare anche dei prelievi volti alla caratterizzazione chimica del terreno e non più solo meccanica

STATI LIMITE DI FESSURAZIONE

Tipo di Combinazione (SLE)	Carico Permanente Strutturale	Carico Permanente Portato	Pre-sollecitazione	Carico Sismico	Carico Eccezionale	Carico Variabile Dominante	Carichi Variabili Secondari
Frequente	G_1	G_2	P	-	-	$\psi_{11} \cdot Q_{K1}$	$\psi_{22} \cdot Q_{K2}$
Quasi permanente	G_1	G_2	P	-	-	$\psi_{21} \cdot Q_{K1}$	$\psi_{22} \cdot Q_{K2}$

Definita la classe di esposizione attinente all'opera oggetto di studio, attraverso la

CONDIZIONI AMBIENTALI	CLASSE DI ESPOSIZIONE
Ordinarie	X0, XC1, XC2, XC3, XF1
Aggressive	XC4, XD1, XS1, XA1, XA2, XF2, XF3
Molto aggressive	XD2, XD3, XS2, XS3, XA3, XF4

le esigenze da rispettare per gli stati limite di fessurazione sono illustrate nella tabella seguente

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_d	Stato limite	w_d
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

Intendendosi sensibili gli acciai da precompresso e poco sensibili gli acciai ordinari

FORMAZIONE ED APERTURA DELLE FESSURE

Come è possibile osservarsi quindi, la verifica a tale stato limite di esercizio non consiste tanto nell'evitare la fessurazione del calcestruzzo, che invece risulta un evento fisiologico naturale del c.a..

bensì è volta a limitare il danno in termini di durabilità che può derivare dalla fessurazione stessa

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_d	Stato limite	w_d
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

In particolar modo, tale durabilità può garantirsi, in funzione delle condizioni ambientali e della sensibilità alla corrosione delle armature, attraverso 3 ulteriori e distinti stati limite di esercizio

Stato limite di decompressione

- Stato in cui la tensione normale è ovunque di compressione o al più uguale a 0

Stato limite di formazione delle fessure

- Stato in cui la tensione normale massima di trazione raggiunge la resistenza a trazione del cls pari a $(0{,}30 \cdot f_{ck}^{2/3}) / 1{,}2$ per classi $\leq$ C50/60 o la resistenza $2{,}12 \cdot \ln[1+(f_{ck}+8)/10] \ /1{,}2$ altrimenti

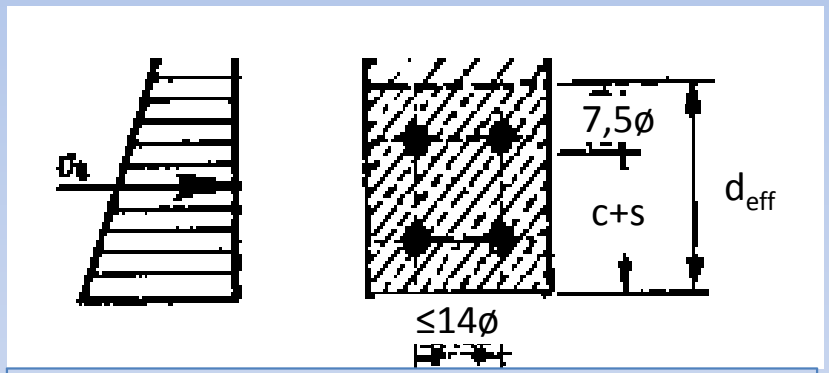
Stato limite di apertura delle fessure

- Stato in cui l'apertura della fessura è pari a $w_1 = 0{,}2$mm, $w_2 = 0{,}3$mm o $w_3 = 0{,}4$mm

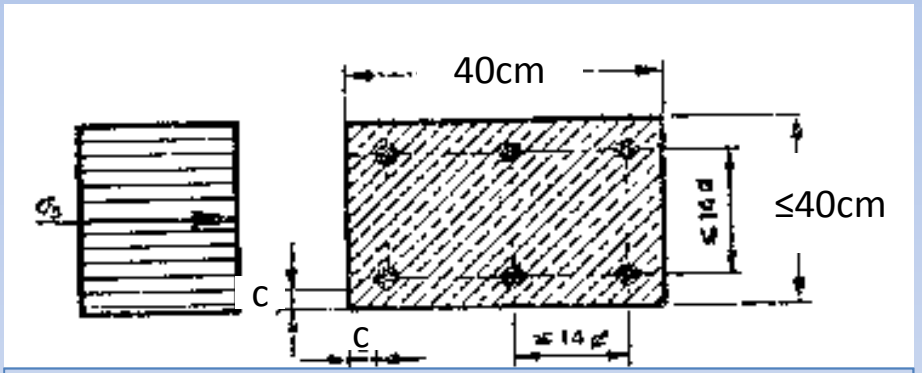
AREA EFFICACE – DM96

Si definisce area efficace A_{eff} l'area di calcestruzzo entro la quale la barra di acciaio può effettivamente influenzare l'apertura della fessura

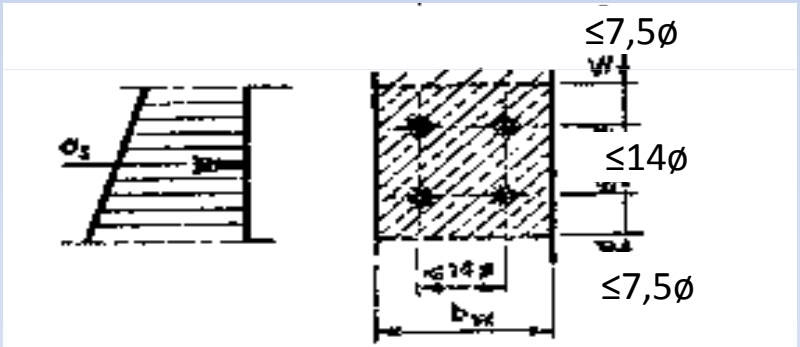
Si può ritenere, per una singola barra, che l'area efficace abbia una forma circolare con diametro pari a 14 volte il diametro della barra



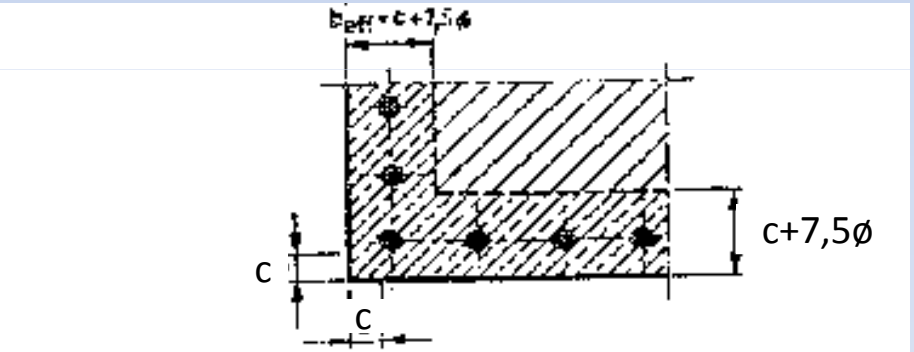
Flessione



Trazione uniforme



Trazione eccentrica



Trazione uniforme in elementi spessi

DISTANZA TRA LE FESSURE – DM96

La distanza media tra le fessure Δ_{sm} per la condizione di fessurazione stabilizzata in corrispondenza del livello baricentrico dell'armatura all'interno dell'area efficace è data da

$$\Delta_{sm} = 2\left(c + \frac{s}{10}\right) + k_2 k_3 \frac{\phi}{\rho_r}$$

Dove

c è il ricoprimento dell'armatura

s è la distanza fra le barre (posta pari a s = 14ø se maggiore di 14ø)

ø è il diametro della barra

k_2 è un coefficiente che caratterizza l'aderenza acciaio-cls pari a 0,4 per barre ad aderenza migliorata

k_3 è un coefficiente che tiene in conto della forma del diagramma delle tensioni e vale:

0,125	in caso di flessione o pressoflessione
0,250	in caso di trazione pura
$0{,}250(\sigma_1+\sigma_2)/2\sigma_1$	in caso di trazione eccentrica
	(con σ_1 e σ_2 trazioni sul calcestruzzo prima della fessurazione)

ρ_r è il rapporto di armatura posta nella sezione di calcestruzzo efficace

$$\rho_r = \frac{A_S}{A_{c,eff}}$$

DEFORMAZIONE TRA LE FESSURE – DM96

La deformazione unitaria media ε_{Sm} dell'armatura nel tratto Δ_{sm} pari alla distanza media tra due fessure può valutarsi secondo la seguente espressione

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s}\left[1-\beta_1\beta_2\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2\right]$$

Dove

σ_s è la tensione nell'acciaio calcolata per la sollecitazione considerata

σ_{sr} è la tensione nell'acciaio calcolata nella sezione fessurata per la sollecitazione limite di formazione delle fessure (ovviamente trattandosi di sezione fessurata sarà $\sigma_s > \sigma_{sr}$)

β_1 è un coefficiente che caratterizza l'aderenza acciaio-cls pari a 1,0 per barre ad aderenza migliorata

β_2 è un coefficiente che tiene in conto delle condizioni di sollecitazione e vale:

1,0 in caso di prima applicazione di un'azione di breve durata

0,5 in caso di azioni di lunga durata o di azioni ripetute

La funzione ε_{Sm} descritta assume l'andamento illustrato di fianco, e tiene conto della collaborazione del calcestruzzo teso che circonda la barra di armatura

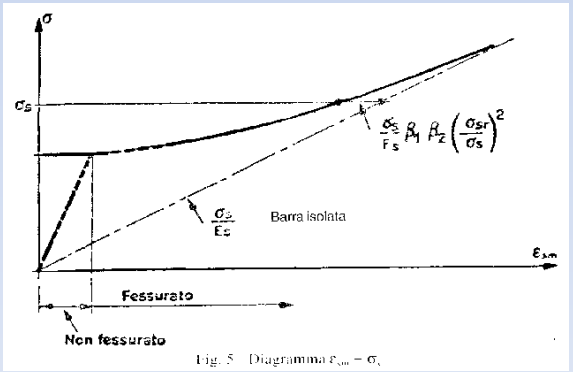
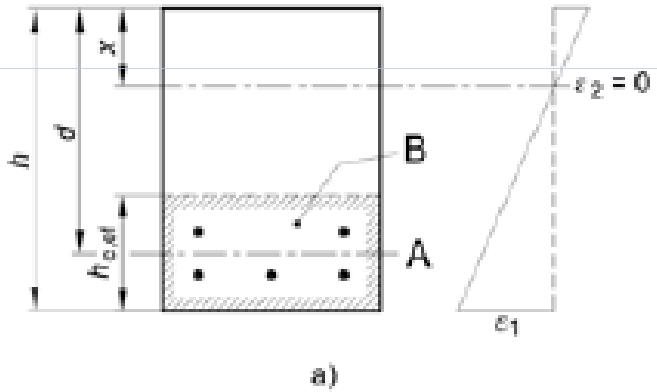


Fig. 5 Diagramma $\varepsilon_{sm} - \sigma_s$

AREA EFFICACE – NTC

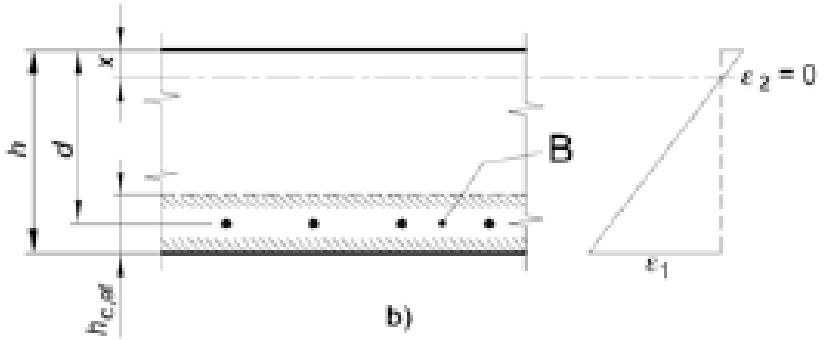
La determinazione dell'area efficace $A_{c,eff}$ viene definita anche nelle Istruzioni alle nuove Norme Tecniche per le Costruzioni

Legenda
a) Trave
A Livello del baricentro dell'acciaio
B Area tesa efficace, $A_{c,eff}$



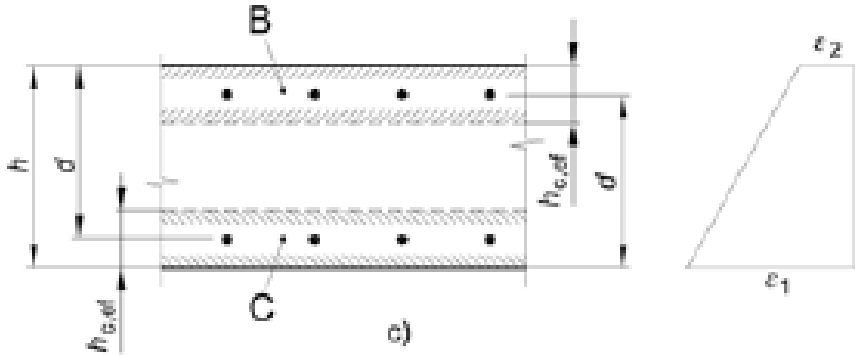
a)

b) Piastra
B Area tesa efficace, $A_{c,eff}$



b)

c) Elemento in trazione
B Area tesa efficace di estradosso, $A_{ct,eff}$
C Area tesa efficace di intradosso, $A_{cb,eff}$



c)

Il parametro che definisce l'area efficace $A_{c,eff}$ è la sua altezza $h_{c,ef}$

$$h_{c,ef} = \min\begin{Bmatrix} 2{,}5\cdot(h-d) \\ (h-x)/3 \\ h/2 \end{Bmatrix}$$

DISTANZA TRA LE FESSURE – NTC

Le istruzioni alle nuove norme tecniche considerano, in sostituzione della distanza media tra le fessure, la distanza massima tra le fessure Δ_{smax}, con una formulazione simile alla distanza media

$$\Delta_{s\max} = 3{,}4 \cdot c + 0{,}425 \cdot k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_{eff}}$$

Dove

ø è il diametro delle barre, da calcolarsi in caso di presenza di diametri differenti con

$$\phi_{eq} = \frac{\sum n_i \phi^2}{\sum n_i \phi}$$

c è il ricoprimento dell'armatura

k_1 è un coefficiente pari a 0,8 per barre ad aderenza migliorata

k_2 è un coefficiente che tiene in conto della forma del diagramma delle tensioni e vale:

0,5	in caso di flessione semplice
1,0	in caso di trazione semplice
$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/ 2\varepsilon_1$	in caso di trazione eccentrica
	(con ε_1 e ε_2 deformazioni di trazione sul cls per sezione fessurata)

ρ_{eff} è il rapporto di armatura efficace pari a $A_S / A_{c,eff}$

DEFORMAZIONE TRA LE FESSURE – NTC

La deformazione unitaria media ε_{Sm} dell'armatura nel tratto Δ_{smax} pari alla distanza massima tra due fessure può valutarsi secondo la seguente espressione

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t \dfrac{f_{ctm}}{\rho_{eff}}(1+\alpha_e)\rho_{eff}}{E_s} \leq \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Dove

σ_s è la tensione nell'armatura tesa considerando la sezione fessurata

α_e è il rapporto Es/Ecm

ρ_{eff} è il rapporto di armatura efficace pari a $A_S / A_{c,eff}$

k_t è un fattore dipendente dalla durata del carico valevole:

1,0 in caso di carichi di breve durata

0,4 in caso di carichi di lunga durata

Tale deformazione media unitaria, associata alla distanza massima tra le fessure, può utilizzarsi per la determinazione del valore di calcolo di progetto dell'apertura delle fessure in alternativa alla procedura descritta nel Decreto Ministeriale 9 gennaio 1996

DIMENSIONE DELLE APERTURE

Concludendo, il valore di calcolo di apertura delle fessure w_d è dato da

Metodo D.M. 9 gennaio 1996

$$w_d = 1{,}7 \cdot \varepsilon_{sm} \cdot \Delta_{sm}$$

Metodo Istruzioni NTC 2008

$$w_d = \varepsilon_{sm} \cdot \Delta_{s\max}$$

Il cui valore, in funzione delle condizioni ambientali ed alla tipologia di armatura, non dovrà superare i valori nominali di w_1, w_2, e w_3

Gruppi di esigenze	Condizioni ambientali	Combinazione di azioni	Armatura			
			Sensibile		Poco sensibile	
			Stato limite	w_d	Stato limite	w_d
a	Ordinarie	frequente	ap. fessure	$\leq w_2$	ap. fessure	$\leq w_3$
		quasi permanente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
b	Aggressive	frequente	ap. fessure	$\leq w_1$	ap. fessure	$\leq w_2$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$
c	Molto aggressive	frequente	formazione fessure	-	ap. fessure	$\leq w_1$
		quasi permanente	decompressione	-	ap. fessure	$\leq w_1$

VERIFICA INDIRETTA A FESSURAZIONE

La normativa prevede che la verifica dell'ampiezza di fessurazione possa anche essere condotta senza calcolo diretto, limitando la tensione di trazione nell'armatura (valutata per sezione parzializzata) ad un valore massimo correlato al diametro delle barre ed alla loro spaziatura

In particolare, la seguente tabella è desumibile dall'Eurocodice 2

Tensione nell'acciaio (MPa)	Diametro massimo delle barre (mm)		Spaziatura massima delle barre (mm)		
	c.a. ordinario	c.a. precompresso	flessione pura	trazione pura	sezioni precompresse (flessione)
160	32	25	300	200	200
200	25	16	250	150	150
240	20	12	200	125	100
280	16	8	150	75	50
320	12	6	100	-	-
360	10	5	50	-	-
400	8	4			
450	6	-			

Dove in tal caso le tensioni dell'acciaio da confrontarsi con quelle in tabella, saranno da calcolarsi per combinazioni delle azioni quasi permanenti nel caso di calcestruzzo armato ordinario e per combinazioni frequenti nel caso di calcestruzzo armato precompresso

VERIFICA INDIRETTA - STAFFE

Analogamente a quanto osservato per le barre longitudinali medesime prescrizioni devono applicarsi, nel caso di verifica indiretta, nella disposizione delle staffe, funzione in tal caso anche dello stato tensionale tangenziale della sezione

$\frac{V_{Ed} - 3 \cdot V_{Rd}}{\frac{A_{sw} \cdot d}{s \cdot \sin \alpha}}$ (N/mm^2)	Passo delle staffe (mm)
≤ 50	300
75	200
100	150
150	100
200	50

Essendo non richiesta la verifica laddove $V_{Ed} < 3\ V_{Rd}$, dove:

V_{Ed} il taglio sollecitante di progetto allo stato limite ultimo

V_{Rd} il taglio resistente di progetto per elementi senza armatura trasversale

A_{sw} l'area dell'armatura traversale di passo *s* ed inclinazione α

VERIFICA INDIRETTA - AGGIORNAMENTI

Una versione riveduta e corretta delle tabelle proposte in precedenza per le barre longitudinali può trovarsi anche nelle Istruzioni alle Norme Tecniche per le Costruzioni, dove vengono distinti i diversi stati limite di esercizio in funzione dei tre valori limite w_1, w_2 e w_3

Tensione nell'acciaio	Diametro massimo ϕ delle barre (mm)		
σ_s [MPa]	$w_3 = 0{,}4$ mm	$w_2 = 0{,}3$ mm	$w_1 = 0{,}2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	-

Tensione nell'acciaio	Spaziatura massima s delle barre (mm)		
σ_s [MPa]	$w_3 = 0{,}4$ mm	$w_2 = 0{,}3$ mm	$w_1 = 0{,}2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

VERIFICA DELLE TENSIONI DI ESERCIZIO

Tipo di Combinazione	Carico Permanente Strutturale	Carico Permanente Portato	Pre-sollecitazione	Carico Sismico	Carico Eccezionale	Carico Variabile Dominante	Carichi Variabili Secondari
Rara (SLE)	G_1	G_2	P	-	-	Q_{K1}	$\psi_{02} \cdot Q_{K2}$
Quasi permanente (SLE)	G_1	G_2	P	-	-	$\psi_{21} \cdot Q_{K1}$	$\psi_{22} \cdot Q_{K2}$

Le tensioni di esercizio per la combinazione delle azioni rara e quasi permanente si determinano ipotizzando sezioni con materiali elastici lineari analogamente al metodo n delle tensioni ammissibili

Tensione massima di compressione del calcestruzzo nelle condizioni di esercizio

- $\sigma_c < 0{,}60\ f_{ck}$ ovvero $\sigma_c < 0{,}48\ f_{ck}$ per spessori < 50mm (combinazione rara)
- $\sigma_c < 0{,}45\ f_{ck}$ ovvero $\sigma_c < 0{,}36\ f_{ck}$ per spessori < 50mm (combinazione quasi permanente)

Tensione massima dell'acciaio in condizioni di esercizio

- $\sigma_s < 0{,}80\ f_{yk}$ (combinazione rara)

VERIFICA A FATICA

Tipo di Combinazione	Carico Permanente Strutturale	Carico Permanente Portato	Pre-sollecitazione	Carico Sismico	Carico Eccezionale	Carico Variabile Dominante	Carichi Variabili Secondari
Rara (SLE)	G_1	G_2	P	-	-	Q_{K1}	$\psi_{02} \cdot Q_{K2}$

In presenza di sollecitazioni che possano indurre fenomeni di fatica, è possibile tenere in conto della ciclicità delle azioni riducendo la tensione limite dell'acciaio in condizioni di esercizio da

$$\sigma_s < 0{,}80\, f_{yk}$$

a

$$\sigma_s < 0{,}75 \cdot \left(0{,}80\, f_{yk}\right) \cdot \left(1 + 0{,}5 \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}\right)$$

Affinché ciò sia possibile, le tensioni di esercizio devono comunque rispettare la seguente limitazione

$$\sigma_{\min} < \frac{2}{3} \sigma_{\max}$$

COPRIFERRO

Al fine della protezione delle armature dalla corrosione il valore minimo dello stato di ricoprimento di calcestruzzo (copriferro) deve rispettare quanto riportato in tabella, riportante i copriferri minimi in mm in funzione dell'aggressività dell'ambiente e della sensibilità delle armature alla corrosione

			barre da c.a. elementi a piastra		barre da c.a. altri elementi		cavi da c.a.p. elementi a piastra		cavi da c.a.p. altri elementi	
C_{min}	C_o	ambiente	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$	$C \geq C_o$	$C_{min} \leq C < C_o$
C25/30	C35/45	ordinario	15	20	20	25	25	30	30	35
C28/35	C40/50	aggressivo	25	30	30	35	35	40	40	45
C35/45	C45/55	molto ag.	35	40	40	45	45	50	50	50

I valori di cui sopra sono validi a costruzioni con vita nominale di 50 anni e devono correggersi con:

- +10mm per vita nominale di 100 anni
- +5mm per classi di resistenza inferiori a C_{min}
- - 5mm per produzioni di elementi sottoposte a controllo di qualità con verifica dei copriferri
- +10mm o meno per tolleranze nella posa in opera (l'Eurocodice 2 suggerisce 5÷10mm)

ESEMPI DI COPRIFERRO

Si determini il valore del copriferro necessario per alcuni casi di interesse comune

Caso 1

- TRAVE DI FONDAZIONE -

Si ipotizzi:
Opera ordinaria c.a (vita 50 anni)
Attacco del terreno moderato
Calcestruzzo classe C25/30

Si ottiene:
Esposizione XA2
Ambiente aggressivo
c = 40mm + 10mm tolleranza

Caso 2

- TRAVE -

Si ipotizzi:
Opera ordinaria c.a (vita 50 anni)
Umidità moderata
Calcestruzzo classe C25/30

Si ottiene:
Esposizione XC3
Ambiente ordinario
c = 25mm + 10mm tolleranza

Caso 3

- BALCONE -

Si ipotizzi:
Opera ordinaria c.a (vita 50 anni)
Grado elevato di saturazione
Calcestruzzo classe C25/30

Si ottiene:
Esposizione XF3
Ambiente aggressivo
c = 35mm + 10mm tolleranza

La posizione baricentrica delle armature longitudinali a flessione sarà ovviamente ancor maggiore

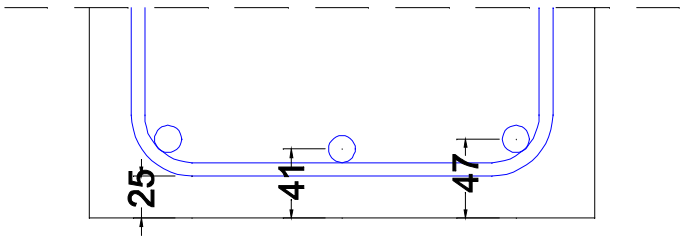
POSIZIONE BARRE LONGITUDINALI

Riprendendo gli ultimi due casi illustrati precedentemente,adottando armatura trasversale ø8 e armatura longitudinale ø16, si otterrebbe

Caso 2

- TRAVE -

c = 25mm + tolleranza



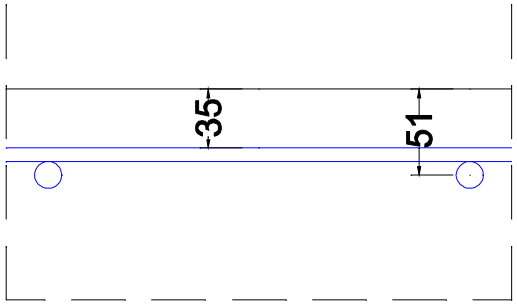
Distanza media delle armature longitudinali dal lembo esterno di calcestruzzo:

45mm + 5÷10mm di tolleranza

Caso 3

- BALCONE -

c = 35mm + tolleranza



Distanza media delle armature longitudinali dal lembo esterno di calcestruzzo:

51mm + 5÷10mm di tolleranza

Avendo considerato nella trave un raggio di curvatura della staffa di 4 diametri

BIBLIOGRAFIA

Decreto Ministeriale 14 gennaio 2008

Circolare applicativa del D.M. 14 gennaio 2008

Ordinanza Presidente Consiglio dei Ministri 20 marzo 2003 n. 3274

Ordinanza Presidente Consiglio dei Ministri 3 maggio 2005, n. 3431

Decreto Ministeriale 16 gennaio 1996

Circolare Ministeriale 10 aprile 1997, n.65

Decreto Ministeriale 9 gennaio 1996

Circolare Ministeriale 15 ottobre 1996, n. 252

UNI EN 1992-1-1

"Linee Guida per il calcestruzzo strutturale", S.T.C. Consiglio Superiore LL.PP.

Tecnica delle costruzioni: "Il metodo degli Stati Limite", di Marc'Antonio Liotta