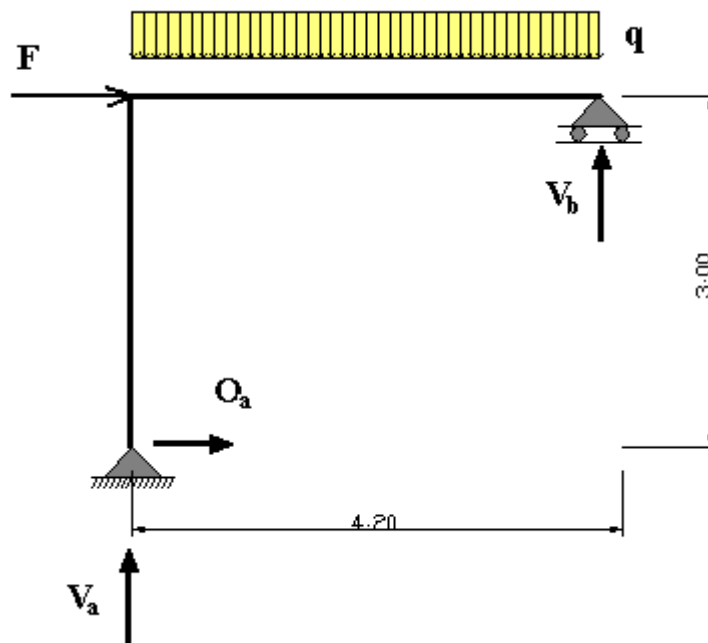


Giacomo Sacco

Appunti di Costruzioni Edili

Esercizi svolti di statica di strutture piane isostatiche

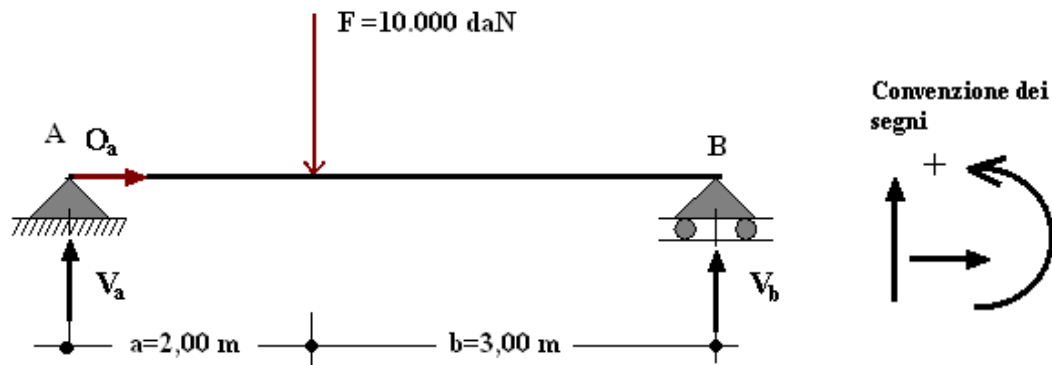
(Novembre 2016)



Indice

Esercizio N. 1 - Trave appoggiata con forza concentrata	pag. 3
Esercizio N. 2 – Trave appoggiata con carico uniformemente distribuito	pag. 4
Esercizio N. 3 – Trave incastrata con forza concentrata all'estremità	pag. 5
Esercizio N. 4 – Trave incastrata con carico uniformemente distribuito	pag. 5
Esercizio N. 5 – Trave appoggiata con forza concentrata inclinata	pag. 6
Esercizio N. 6 – Trave appoggiata con sbalzo e carico uniformemente distribuito	pag. 7
Esercizio N. 7 – Trave appoggiata con sbalzo	pag. 8
Esercizio N. 8 - Trave appoggiata con sbalzi	pag. 9
Esercizio N. 9 – Trave incastrata ed appoggiata con cerniera interna	pag. 10
Esercizio N. 10 - Portale zoppo a tre cerniere	pag. 11
Esercizio N.11 - Arco a tre cerniere	pag. 13
Esercizio N.12 - Trave inclinata	pag. 14
Esercizio N.13 - Arco a tre cerniere 2	pag. 15

Esercizio N. 1 - Trave appoggiata con forza concentrata



Una struttura semplice, come la trave in figura ha tre gradi di libertà, ossia tre possibilità di muoversi in modo diverso, tali possibili movimenti sono: traslazione orizzontale, traslazione verticale, rotazione intorno ad un punto. Tali spostamenti vengono impediti dai vincoli attraverso le reazioni vincolari. Il calcolo delle reazioni vincolari avviene impostando tre equazioni di equilibrio: equilibrio alla traslazione orizzontale, equilibrio alla traslazione verticale, equilibrio alla rotazione.

Questi tre equilibri sono verificati quando, rispettivamente, la somma delle forze orizzontali è uguale a zero, la somma delle forze verticali è uguale a zero, la somma dei momenti, calcolati rispetto ad un punto generico, è uguale a zero. Su quest'ultima equazione di equilibrio si precisa che il punto può essere qualsiasi e non deve necessariamente fare parte della trave. Naturalmente conviene, per comodità di calcolo, fare coincidere, tale punto, con uno degli appoggi, perché in tal modo, compare una incognita in meno nell'equilibrio alla rotazione e quindi, il sistema si risolve più facilmente. Impostiamo quindi le tre equazioni di equilibrio, in questo caso, per l'equilibrio alla rotazione abbiamo scelto il punto **A**.

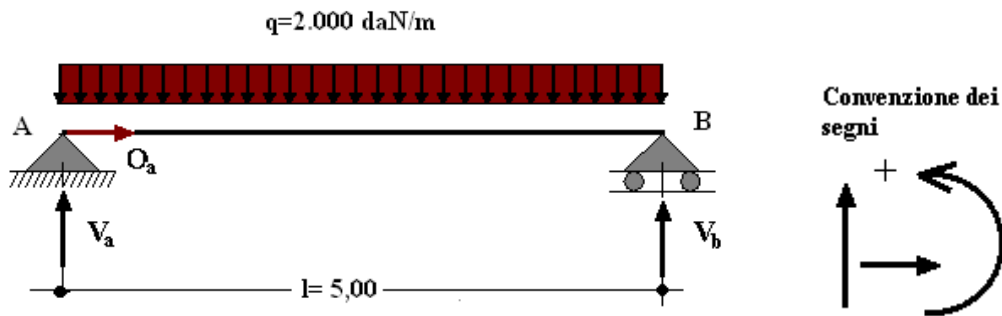
Il verso delle reazioni viene scelto a piacere, anche se è buona norma che si scelgano versi tali da fare in modo che le reazioni si oppongano alle forze esterne. Nel caso in cui la scelta dei versi non è stata appropriata, le reazioni che si otterranno dal calcolo avranno il segno meno.

$$\begin{cases} O_a = 0 & \text{equilibrio alla traslazione orizzontale} \\ V_a - F + V_b = 0 & \text{equilibrio alla traslazione verticale} \\ -F \cdot a + V_b \cdot (a + b) = 0 & \text{equilibrio alla rotazione} \end{cases}$$

$$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a - 10.000 + V_b = 0 \\ -10.000 \cdot 2 + V_b \cdot (2 + 3) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = 0 \\ V_a + V_b = 10.000 \\ -20.000 + 5 \cdot V_b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a + V_b = 10.000 \\ 5 \cdot V_b = 20.000 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = 0 \\ V_a = 10.000 - V_b \\ V_b = \frac{20.000}{5} = 4.000 \text{ daN} \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = 0 \\ V_a = 10.000 - 4.000 = 6.000 \text{ daN} \\ V_b = 4.000 \text{ daN} \end{cases}$$

Esercizio N. 2 – Trave appoggiata con carico uniformemente distribuito

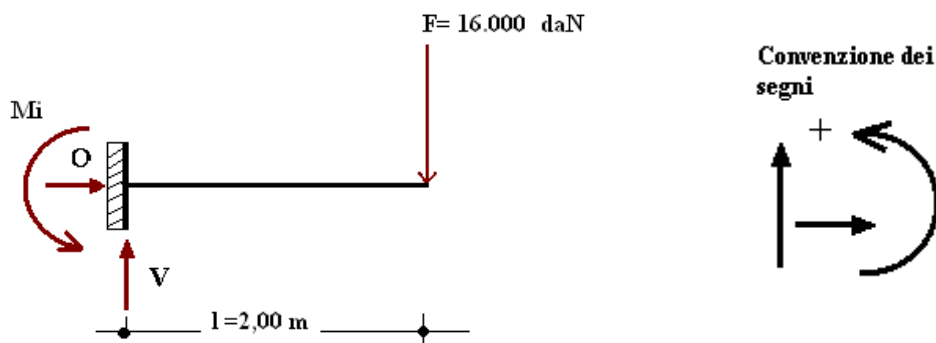


Si ricorda che il carico uniformemente ripartito q è il carico che agisce su di un metro di trave. Scegliamo come punto rispetto al quale calcolare i momenti, il punto **A**.

$$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a + V_b - q \cdot l = 0 \\ V_b \cdot l - q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = 0 \\ V_a + V_b - 2.000 \cdot 5 = 0 \\ V_b \cdot 5 - 2.000 \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = 0 \\ V_a + V_b - 10.000 = 0 \\ V_b \cdot 5 - 25.000 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} O_a = 0 \\ V_a + V_b = 10.000 \\ V_b \cdot 5 = 25.000 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = 0 \\ V_a = 10.000 - V_b \\ V_b = \frac{25.000}{5} = 5.000 \text{ daN} \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = 0 \\ V_a = 10.000 - 5.000 = 5.000 \text{ daN} \\ V_b = 5.000 \text{ daN} \end{cases}$$

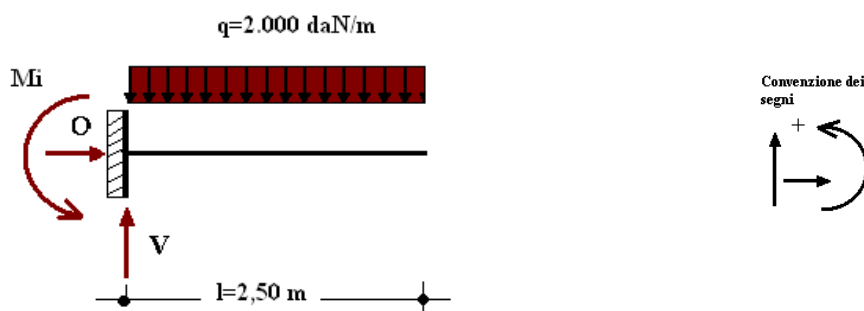
Esercizio N. 3 – Trave incastrata con forza concentrata all'estremità



L'incastro esercita tre reazioni vincolari: una reazione orizzontale, indicata con **O**, una Verticale, indicata con **V** ed un momento, indicato con **Mi**. Il verso delle reazioni è stato messo a piacere, così come il senso di rotazione della reazione **Mi**. Se tale verso scelto non è appropriato, le reazioni calcolate avranno il segno negativo. Come punto rispetto al quale calcolare i momenti, si è scelto l'incastro. Si ricorda che la reazione **Mi** è già un momento, pertanto assolutamente non va moltiplicata per la distanza.

$$\begin{cases} O = 0 \\ V - F = 0 \\ M_i - F \cdot l = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O = 0 \\ V - 16.000 = 0 \\ M_i - 16.000 \cdot 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O = 0 \\ V = 16.000 \\ M_i - 32.000 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O = 0 \\ V = 16.000 \text{ daN} \\ M_i = 32.000 \text{ daNm} \end{cases}$$

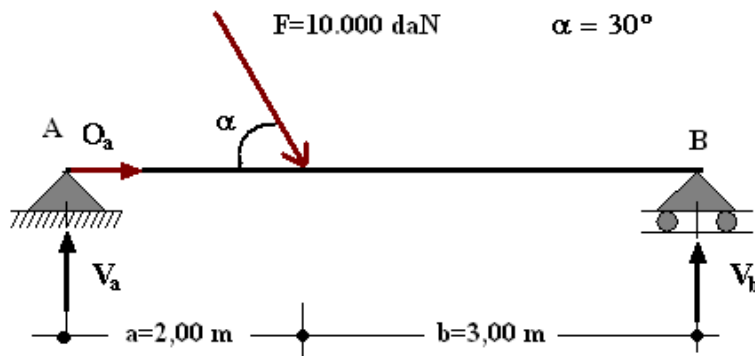
Esercizio N. 4 – Trave incastrata con carico uniformemente distribuito



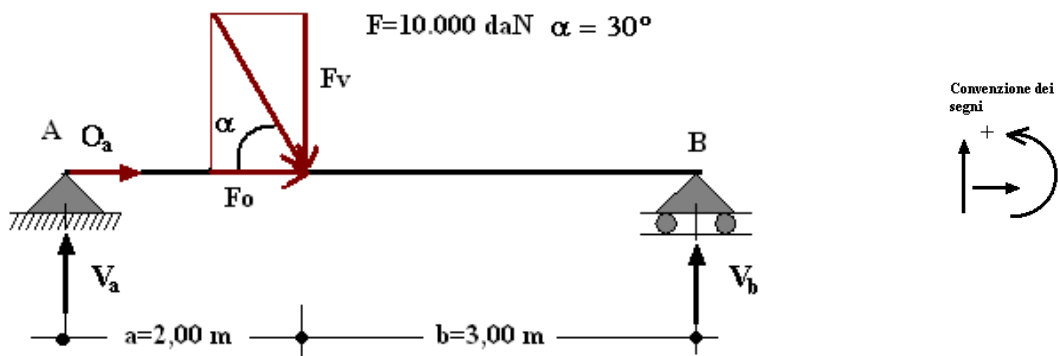
Come al solito è stato scelto l'incastro come punto rispetto al quale calcolare i momenti.

$$\begin{cases} O = 0 \\ V - q \cdot l = 0 \\ M_i - q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O = 0 \\ V = +q \cdot l \\ M_i = +q \cdot \frac{l^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} O = 0 \\ V = 2.000 \cdot 2,5 \\ M_i = 2.000 \cdot \frac{2,5^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} O = 0 \\ V = 5.000 \text{ daN} \\ M_i = 6.250 \text{ daN} \cdot \text{m} \end{cases}$$

Esercizio N. 5 – Trave appoggiata con forza concentrata inclinata



Quando si è in presenza di una forza inclinata, la si scompone secondo una direzione orizzontale ed una direzione verticale. Le componenti orizzontali e verticali, vengono calcolate usando le funzioni trigonometriche **Seno** e **Coseno**.



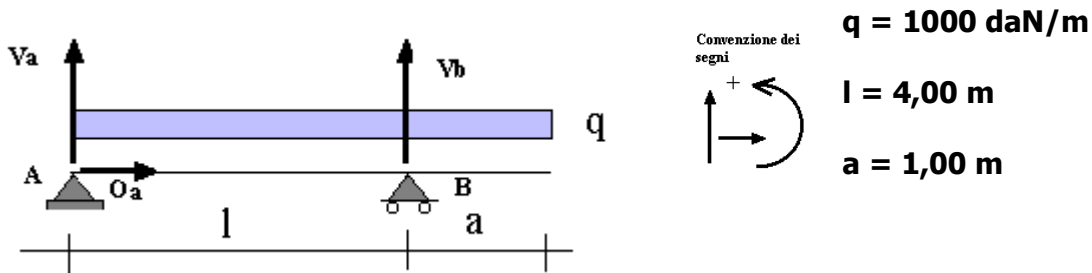
$$F_v = F \cdot \sin \alpha = 10.000 \cdot \sin 30^\circ = 5.000 \text{ daN}$$

$$F_o = F \cdot \cos \alpha = 10.000 \cdot \cos 30^\circ = 8.660,24 \text{ daN}$$

$$\begin{cases} O_a + F_o = 0 \\ V_a + V_b - F_v = 0 \\ -F_v \cdot a + V_b \cdot (a+b) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a + 8.660,24 = 0 \\ V_a + V_b - 5.000 = 0 \\ -5.000 \cdot 2 + V_b \cdot (2+3) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = -8.660,24 \\ V_a = +5.000 - V_b \\ -10.000 + V_b \cdot 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} O_a = -8.664,24 \\ V_a = +5.000 - V_b \\ V_b \cdot 5 = 10.000 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = -8.664,24 \\ V_a = +5.000 - V_b \\ V_b = \frac{10.000}{5} = 2.000 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a = -8.664,24 \text{ daN} \\ V_a = +5.000 - 2.000 = 3.000 \text{ daN} \\ V_b = 2.000 \text{ daN} \end{cases}$$

Esercizio N. 6 – Trave appoggiata con sbalzo e carico uniformemente distribuito



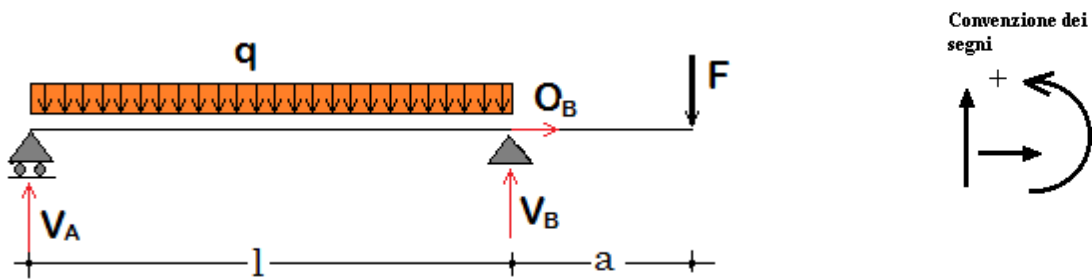
$$\begin{cases}
 V_a + V_b - q \cdot (l + a) = 0 & \text{equilibrio alla traslazione verticale} \\
 V_b \cdot l - q(l + a) \frac{(l + a)}{2} = 0 & \text{equilibrio alla rotazione rispetto ad A} \\
 O_a = 0 & \text{equilibrio alla traslazione orizzontale}
 \end{cases}$$

Sostituendo i valori si ha:

$$\begin{cases}
 V_a + V_b - 1000 \cdot (4 + 1) = 0 \\
 V_b \cdot 4 - 1000 \cdot (4 + 1) \frac{(4 + 1)}{2} = 0 \\
 O_a = 0
 \end{cases}
 \begin{cases}
 V_a + V_b - 5000 = 0 \\
 V_b \cdot 4 - 12500 = 0 \\
 O_a = 0
 \end{cases}
 \begin{cases}
 V_a + V_b - 5000 = 0 \\
 V_b \cdot 4 = 12500 \\
 O_a = 0
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 V_a = 5000 - V_b \\
 V_b = \frac{12500}{4} = 3125 \text{ daN} \\
 O_a = 0
 \end{cases}
 \begin{cases}
 V_a = 5000 - 3125 = 1875 \text{ daN} \\
 V_b = 3125 \text{ daN} \\
 O_a = 0
 \end{cases}$$

Esercizio N. 7 - Trave appoggiata con sbalzo - carico uniformemente distribuito e forza concentrata



$l = 4,00 \text{ m}$; $a = 1,00 \text{ m}$; $q = 2,00 \text{ daN/m}$; $F = 5000 \text{ daN}$

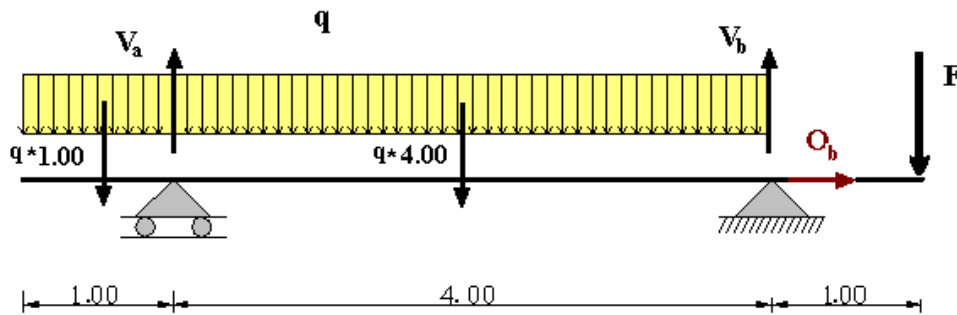
$$\begin{cases} V_a + V_b - q \cdot l - F = 0 & \text{equilibrio alla traslazione verticale} \\ V_b \cdot l - q \cdot l \cdot \frac{l}{2} - F \cdot (l + a) = 0 & \text{equilibrio alla rotazione rispetto ad A} \\ O_a = 0 & \text{equilibrio alla traslazione orizzontale} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a + V_b - 2.000 \cdot 4,00 - 5.000 = 0; \\ V_b \cdot 4,00 - 2.000 \cdot 4,00 \cdot \frac{4,00}{2} - 5.000 \cdot (4,00 + 1,00) = 0 \\ O_a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a + V_b - 8.000 - 5.000 = 0 \\ V_b \cdot 4,00 - 16.000 - 25.000 = 0 \\ O_a = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a + V_b - 13.000 = 0 \\ V_b \cdot 4,00 - 41.000 = 0 \\ O_a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a = 13.000 - V_b \\ V_b \cdot 4,00 = 41.000 \\ O_a = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = 13.000 - V_b \\ V_b = \frac{41.000}{4} = 10.250 \text{ daN} \\ O_a = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = 13.000 - 10.250 = 2.750 \text{ daN} \\ V_b = \frac{41.000}{4} = 10.250 \text{ daN} \\ O_a = 0 \end{cases}$$

Esercizio N. 8 - Trave appoggiata con sbalzi



$q = 4.000 \text{ daN/m}$; $F = 10.000 \text{ daN}$;

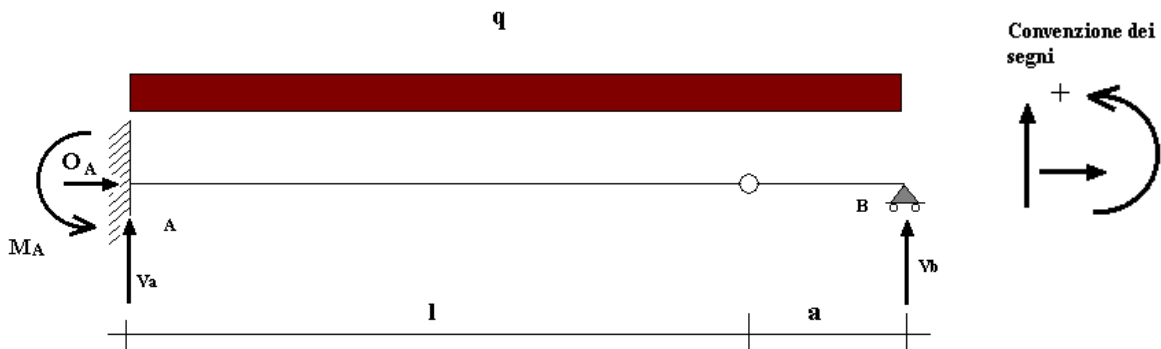
Come convenzione dei segni è stata assunta quella degli esercizi precedenti. Il carico distribuito, è stato suddiviso in due parti: **$q \cdot 1.00$** che è il carico sullo sbalzo, e **$q \cdot 4.00$** , che è il carico in campata. Tale suddivisione facilita la scrittura dell'equilibrio alla rotazione, ma, ovviamente, non è indispensabile. Per l'equilibrio alla rotazione si è scelto il punto **A**.

$$\begin{cases} V_a + V_b - q \cdot (1 + 4) - F = 0 \\ V_b \cdot 4 - F \cdot (4 + 1) - q \cdot 4 \cdot \frac{4}{2} + q \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 0 \\ O_b = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a + V_b - 4.000 \cdot 5 - 10.000 = 0 \\ V_b \cdot 4 - 10.000 \cdot 5 - 4.000 \cdot 8 + 4.000 \cdot \frac{1}{2} = 0 \\ O_b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a = 30.000 - V_b \\ V_b \cdot 4 = 80.000 \\ O_b = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a + V_b - 30.000 = 0 \\ V_b \cdot 4 - 80.000 = 0 \\ O_b = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = 30.000 - V_b \\ V_b \cdot 4 = 80.000 \\ O_b = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = 30.000 - V_b \\ V_b = \frac{80.000}{4} = 20.000 \\ O_b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a = 30.000 - 20.000 = 10.000 \text{ daN} \\ V_b = 20.000 \text{ daN} \\ O_b = 0 \text{ daN} \end{cases}$$

Esercizio N. 9 – Trave incastrata ed appoggiata con cerniera interna



$$q = 2000 \text{ daN/m} ; \quad l = 4,00 \text{ m} ; \quad a = 1,00 \text{ m} ;$$

Si valuta la isostaticità della struttura: essendo composta da due parti collegate da una cerniera interna, i gradi di libertà totali della struttura sono **6 (2x3)**. Le reazioni vincolari sono: 3 dovute all'incastro, 1 dovuta al carrello, 2 dovute alla cerniera interna, quindi 6 in totale. La struttura è isostatica, anche perché la disposizione dei vincoli è tale da impedire ogni spostamento.

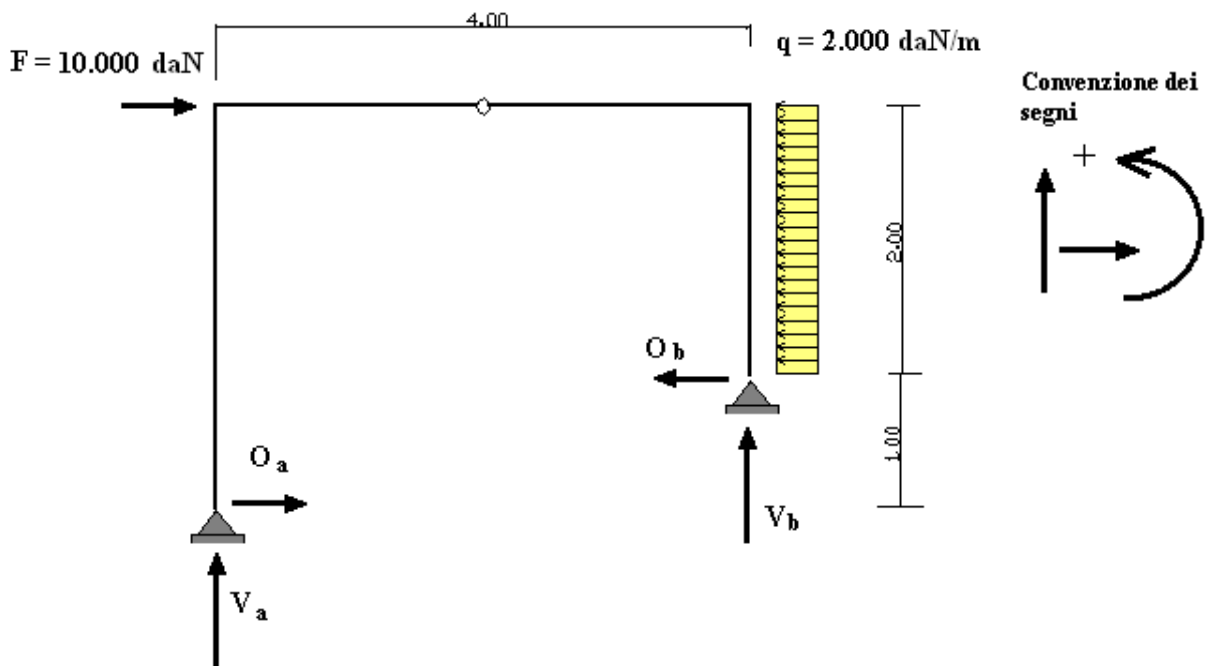
Le incognite sono 4, per calcolarle servono 4 equazioni di equilibrio, 3 riguardano l'intera struttura e sono: equilibrio alla traslazione verticale, equilibrio alla rotazione rispetto ad un punto generico, in questo caso è stato scelto il punto **A**, equilibrio alla rotazione rispetto alla cerniera interna di una sola parte di struttura, in questo caso si è scelta la parte di destra rispetto alla cerniera interna, conviene sempre fare in modo che compaia la stessa reazione che compare nell'equilibrio globale alla rotazione, in questo caso **Vb**.

$$\begin{cases} V_a + V_b - q \cdot (l + a) = 0 \\ V_b \cdot (l + a) + M_A - q \cdot (l + a) \cdot \frac{l + a}{2} = 0 \\ V_b \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0 \\ O_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a + V_b - 2000 \cdot (4 + 1) = 0 \\ V_b \cdot (4 + 1) + M_A - 2000 \cdot (4 + 1) \cdot \frac{4 + 1}{2} = 0 \\ V_b \cdot 1 - 2000 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 0 \\ O_A = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a + V_b - 10000 = 0 \\ V_b \cdot 5 + M_A - 25000 = 0 \\ V_b - 1000 = 0 \\ O_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a + V_b = 10.000 \\ M_A = 25000 - V_b \cdot 5 \\ V_b = 1000 \\ O_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a + V_b = 10.000 \\ M_A = 25000 - 1.000 \cdot 5 \\ V_b = 1000 \\ O_A = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a = 10.000 - V_b \\ M_A = 20.000 \\ V_b = 1000 \\ O_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = 10.000 - 1.000 \\ M_A = 20.000 \\ V_b = 1000 \\ O_A = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = 9.000 \text{ daN} \\ M_A = 20.000 \text{ daN} \cdot \text{m} \\ V_b = 1.000 \text{ daN} \\ O_A = 0 \text{ daN} \end{cases}$$

Esercizio N. 10 - Portale zoppo a tre cerniere



Per l'equilibrio alla rotazione si è scelto il punto A.

$$\begin{cases} O_a + F - O_b - q \cdot 2,00 = 0 \\ V_a + V_b = 0 \\ -F \cdot (2+1) + q \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{2} + 1\right) + O_b \cdot 1 + V_b \cdot 4 = 0 \\ -q \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} - O_b \cdot 2 + V_b \cdot \frac{4}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} O_a + 10.000 - O_b - 2.000 \cdot 2,00 = 0 \\ V_a + V_b = 0 \\ -10.000 \cdot (2+1) + 2.000 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{2} + 1\right) + O_b \cdot 1 + V_b \cdot 4 = 0 \\ -2.000 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} - O_b \cdot 2 + V_b \cdot 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} O_a - O_b + 6.000 = 0 \\ V_a + V_b = 0 \\ -30.000 + 8.000 + O_b \cdot 1 + V_b \cdot 4 = 0 \\ -4.000 - O_b \cdot 2 + V_b \cdot 2 = 0 \end{cases}$$

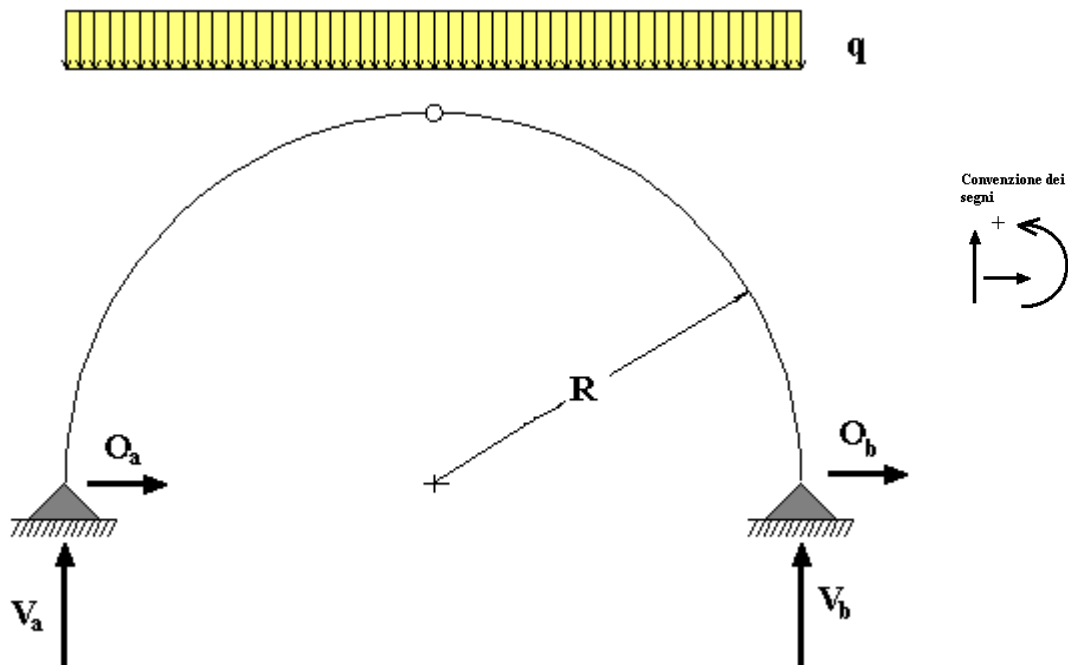
$$\begin{cases} O_a - O_b + 6.000 = 0 \\ V_a + V_b = 0 \\ O_b \cdot 1 + V_b \cdot 4 - 22.000 = 0 \\ V_b \cdot 2 = 4.000 + O_b \cdot 2 \end{cases} \begin{cases} O_a - O_b + 6.000 = 0 \\ V_a + V_b = 0 \\ O_b + V_b \cdot 4 - 22.000 = 0 \\ V_b = \frac{4.000 + O_b \cdot 2}{2} \end{cases} \begin{cases} O_a - O_b + 6.000 = 0 \\ V_a + V_b = 0 \\ O_b + \frac{4.000 + O_b \cdot 2}{2} \cdot 4 - 22.000 = 0 \\ V_b = \frac{4.000 + O_b \cdot 2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} O_a = O_b - 6.000 \\ V_a = -V_b \\ O_b + 8.000 + O_b \cdot 4 - 22.000 = 0 \\ V_b = \frac{4.000 + O_b \cdot 2}{2} \end{cases} \begin{cases} O_a = O_b - 6.000 \\ V_a = -V_b \\ 5 \cdot O_b - 14.000 = 0 \\ V_b = \frac{4.000 + O_b \cdot 2}{2} \end{cases} \begin{cases} O_a = O_b - 6.000 \\ V_a = -V_b \\ O_b = \frac{14.000}{5} = 2.800 \\ V_b = \frac{4.000 + 2.800 \cdot 2}{2} = 4.800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} O_a = 2.800 - 6.000 \\ V_a = -V_b \\ O_b = 2.800 \\ V_b = 4.800 \end{cases} \begin{cases} O_a = -3.200 \text{ } d_a N \\ V_a = -4.800 \text{ } d_a N \\ O_b = 2.800 \text{ } d_a N \\ V_b = 4.800 \text{ } d_a N \end{cases}$$

Esercizio N.11 - Arco a tre cerniere 1

Tale esercizio riguarda un arco circolare a tre cerniere di raggio R . Viene risolto per valori generici delle dimensioni e del carico applicato.

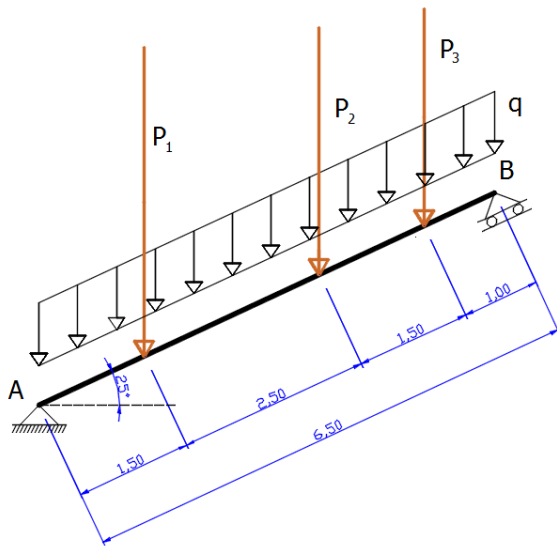


$$\begin{cases} V_a + V_b - q \cdot 2R = 0 \\ O_a + O_b = 0 \\ V_b \cdot 2R - q \cdot 2R \cdot R = 0 \\ V_b \cdot R + O_b \cdot R - q \cdot R \cdot \frac{R}{2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = q \cdot 2R - V_b \\ O_a = -O_b \\ V_b \cdot 2R = q \cdot 2R \cdot R \\ O_b \cdot R = q \cdot R \cdot \frac{R}{2} - V_b \cdot R \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = q \cdot 2R - V_b \\ O_a = -O_b \\ V_b = q \cdot 2R \cdot R \cdot \frac{1}{2R} \\ O_b = q \cdot \frac{R}{2} - V_b \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = q \cdot 2R - V_b \\ O_a = -O_b \\ V_b = q \cdot R \\ O_b = q \cdot \frac{R}{2} - q \cdot R \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_a = q \cdot 2R - q \cdot R \\ O_a = -O_b \\ V_b = q \cdot R \\ O_b = \frac{q \cdot R - 2q \cdot R}{2} = -\frac{q \cdot R}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = q \cdot R \\ O_a = -\left(-\frac{q \cdot R}{2}\right) \\ V_b = q \cdot R \\ O_b = \frac{q \cdot R - 2q \cdot R}{2} = -\frac{q \cdot R}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} V_a = q \cdot R \\ O_a = \frac{q \cdot R}{2} \\ V_b = q \cdot R \\ O_b = \frac{q \cdot R - 2q \cdot R}{2} = -\frac{q \cdot R}{2} \end{cases}$$

Il segno meno di O_b ci dice che tale reazione è in realtà diretta verso sinistra.

Esercizio N.12 - Trave inclinata

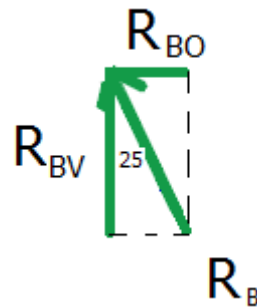
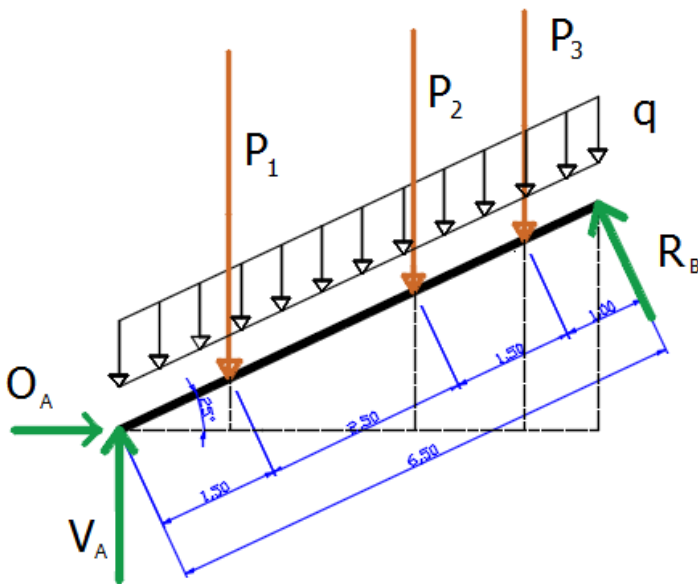


$P_1 = 20 \text{ kN}$; $P_2 = 16 \text{ kN}$; $P_3 = 14 \text{ kN}$;
 $q = 9 \text{ kN/m}$.

Sostituiamo i vincoli con le reazioni vincolari, la cerniera da due reazioni, una verticale V_A e una orizzontale O_A , mentre il carrello dà una reazione diretta secondo l'asse del carrello R_B .

Scriviamo le equazioni di equilibrio scegliendo come punto per calcolare i momenti, il punto A. Facciamo alcune osservazioni:

- la distanza di R_B dal punto A si misura, come sempre sulla perpendicolare alla retta di azione di R_B , essa è $6,50 \text{ m}$;
- La reazione R_B ha una componente verticale R_{BV} e una orizzontale R_{BO} che si calcolano $R_{BV} = R_B \cos 25^\circ$; $R_{BO} = R_B \sin 25^\circ$.



$$\begin{cases} -P_1 \cdot 1,50 \cdot \cos 25^\circ - P_2 \cdot (1,50 + 2,50) \cdot \cos 25^\circ - P_3 \cdot (1,50 + 2,50 + 1,50) \cdot \cos 25^\circ - q \cdot 6,50 \cdot \cos 25^\circ \cdot \frac{6,50 \cdot \cos 25^\circ}{2} + R_B \cdot 6,50 = 0 \\ V_A - P_1 - P_2 - P_3 - q \cdot 6,50 + R_B \cdot \cos 25^\circ = 0 \\ O_A - R_B \cdot \sin 25^\circ = 0 \end{cases}$$

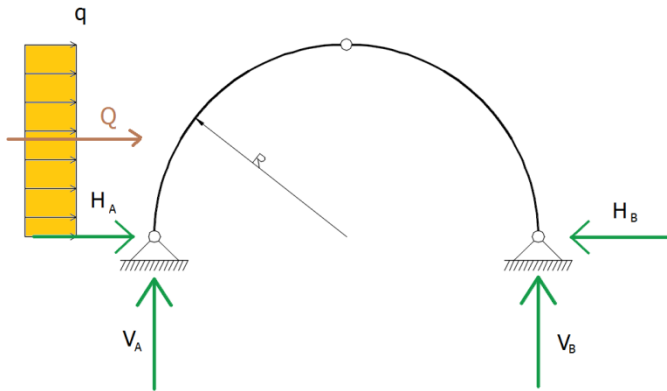
$$\begin{cases} -20 \cdot 1,50 \cdot \cos 25^\circ - 16 \cdot 4,00 \cdot \cos 25^\circ - 14 \cdot 5,50 \cdot \cos 25^\circ - 9 \cdot 6,50 \cdot \cos 25^\circ \cdot \frac{6,50 \cdot \cos 25^\circ}{2} + R_B \cdot 6,50 = 0 \\ V_A - 20 - 16 - 14 - 9 \cdot 6,50 \cdot \cos 25^\circ + R_B \cdot \cos 25^\circ = 0 \\ O_A - R_B \cdot \sin 25^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27,189 - 58,004 - 69,786 - 156,167 + R_B \cdot 6,50 = 0 \\ V_A - 50 - 53,019 + R_B \cdot \cos 25^\circ = 0 \\ O_A - R_B \cdot \sin 25^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -311,146 + R_B \cdot 6,50 = 0 \\ V_A - 103,019 + R_B \cdot \cos 25^\circ = 0 \\ O_A - R_B \cdot \sin 25^\circ = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_B \cdot 6,50 = 311,146 \\ V_A = 103,019 - R_B \cdot \cos 25^\circ \\ O_A = R_B \cdot \sin 25^\circ \end{cases} \quad \begin{cases} R_B = \frac{311,146}{6,50} = 47,869 \text{ kN} \\ V_A = 103,019 - 47,869 \cdot \cos 25^\circ = 55,15 \text{ kN} \\ O_A = 47,869 \cdot \sin 25^\circ = 20,23 \text{ kN} \end{cases}$$

Esercizio N.13 - Arco a tre cerniere 2



Calcoliamo la risultante del carico orizzontale:

$$Q = q \cdot R;$$



Scriviamo le equazioni di equilibrio, scegliendo A come punto di riferimento per calcolare i momenti:

$$\begin{cases} -Q \cdot \frac{R}{2} + V_B \cdot 2R = 0 \\ V_A + V_B = 0 \\ H_A - H_B + Q = 0 \\ V_B \cdot R - H_B \cdot R = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_B \cdot 2R = Q \cdot \frac{R}{2} \\ V_A = -V_B \\ H_A - H_B + Q = 0 \\ -H_B \cdot R = -V_B \cdot R \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_B = Q \cdot \frac{R}{2 \cdot 2R} = \frac{Q}{4} \\ V_A = -\frac{Q}{4} \\ H_A - H_B + Q = 0 \\ H_B = V_B = \frac{Q}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_B = \frac{Q}{4} \\ V_A = -\frac{Q}{4} \\ H_A = Q - H_B \\ H_B = \frac{Q}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_B = \frac{Q}{4} \\ V_A = -\frac{Q}{4} \\ H_A = Q - \frac{Q}{4} \\ H_B = \frac{Q}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_B = \frac{Q}{4} \\ V_A = -\frac{Q}{4} \\ H_A = \frac{3}{4}Q \\ H_B = \frac{Q}{4} \end{cases}$$