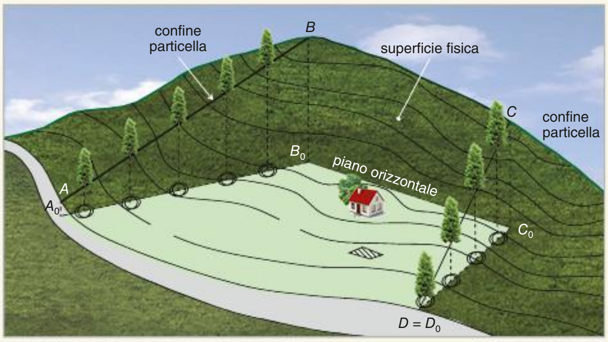
L'unità in sintesi

■ **Superficie topografica**: è la *proiezione* della *superficie fisica* di un appezzamento di terreno sul *piano orizzontale di riferimento*.

- La superficie topografica è il parametro utilizzato per i terreni in agrimensura in quanto *varia* soltanto se vengono *modificati i confini* dell'appezzamento.

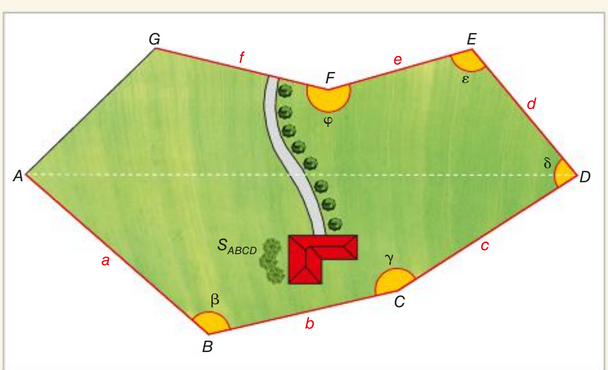


■ **Metodi numerici per il calcolo delle aree**: sono metodi che vengono impiegati per calcolare l'area degli appezzamenti utilizzando solamente le *misure* effettuate sul terreno in fase di *rilievo*.

- Dipendono dal *tipo* di *rilievo* impiegato e utilizzano *formule geometriche* e *trigonometriche*.
- Sono *metodi laboriosi* ma *precisi* in quanto la loro precisione è influenzata unicamente da quella del rilievo.

■ **Particella rilevata per allineamenti e squadri**: l'area viene calcolata come somma delle aree delle figure elementari (*triangoli* e *trapezi*) ottenute dividendo l'appezzamento mediante gli *allineamenti* e gli *squadri* istituiti in fase di rilievo.

■ **Formula di camminamento**: viene impiegata per calcolare l'area quando di un appezzamento sono stati rilevati *tutti gli elementi tranne un lato e i due angoli adiacenti a esso*. L'area è data dalla semisomma di tutti i possibili prodotti dei lati presi a due alla volta per il seno della somma degli angoli fra essi compresi, col segno *positivo*



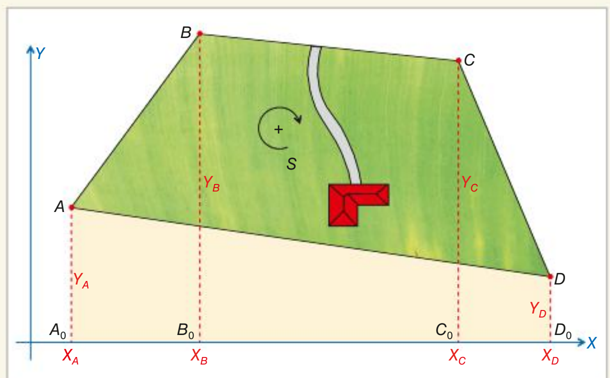
o negativo a seconda se il numero degli angoli è *dispari o pari*. Nel caso dell'appezzamento di forma quadrilatera *ABCD* rappresentato in figura si ha:

$$S = \frac{1}{2}\,[ab \operatorname{sen} \beta - ac \operatorname{sen} (\beta + \gamma) + bc \operatorname{sen} \gamma]$$

■ **Formula di Gauss**: viene impiegata per calcolare l'area quando un appezzamento è stato rilevato per *coordinate cartesiane* oltre che in ambito di sistemi CAD e GIS. Indicando con X_i e Y_i le coordinate cartesiane di uno qualsiasi degli n vertici dell'appezzamento, l'area è data da:

$$S = \frac{1}{2}\sum_{1}^{n}{}_{i}\, Y_i(X_{i+1} - X_{i-1}) = \frac{1}{2}\sum_{1}^{n}{}_{i}\, X_i(Y_{i-1} - Y_{i+1})$$

- Il primo vertice è anche quello successivo all'ultimo, mentre l'ultimo è anche quello che precede il primo.
- Se la numerazione dei vertici è *oraria* si ottiene *un'area positiva*, se è *antioraria* si ottiene la stessa area ma con il segno *negativo*.



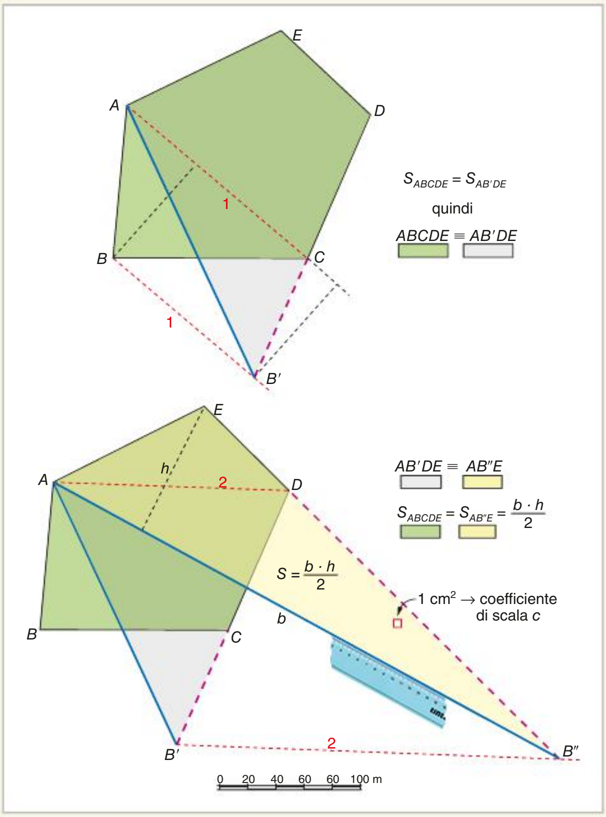
■ **Particella rilevata per coordinate polari**: indicando rispettivamente con d_i e ϑ_i la *distanza polare* e l'*angolo di direzione* di uno qualsiasi degli n vertici dell'appezzamento, l'area è data da:

$$S = \frac{1}{2}\sum_{1}^{n}{}_{i}\, d_i \cdot d_{i+1} \cdot \operatorname{sen}(\vartheta_{i+1} - \vartheta_i)$$

- Il primo vertice è anche quello successivo all'ultimo.
- Se l'appezzamento è stato rilevato da un *punto esterno* la sommatoria contiene *termini positivi* e *negativi*, se è stato rilevato da un *punto interno* contiene *termini solo positivi*.

■ **Metodi grafici per il calcolo delle aree**: sono metodi che consistono nel *trasformare* la rappresentazione grafica dell'appezzamento in un *triangolo* o in un *rettangolo equivalenti* e nel calcolarne l'area con la *base* e l'*altezza* appositamente misurate sul disegno.

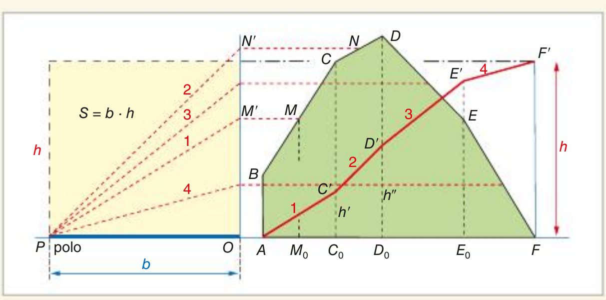
- Vengono applicati quando di un appezzamento si dispone solo del disegno sulla carta. Infatti sono metodi *poco pre-*



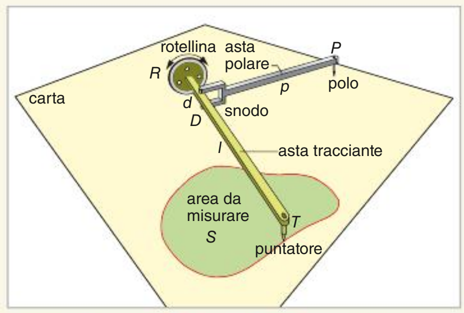
cisi in quanto risentono delle approssimazioni sia dell'elaborazione grafica sia delle misure prese sul disegno.

■ **Trasformazione di un polgono in un triangolo equivalente**: consiste nel trasformare, con successivi passaggi grafici, un poligono in un triangolo equivalente, del quale viene misurata la base e la relativa altezza.

■ **Integrazione grafica**: è un particolare procedimento grafico che consente di *trasformare* un *poligono* scomponibile in trapezi retti in un *rettangolo equivalente* di *base b assegnata*. Tracciando le *ordinate* dei vertici si divide il poligono della figura in *trapezi* e *triangoli rettangoli*. Questi vengono *trasformati* in *rettangoli equivalenti* di *base data b* con una procedura grafica. L'*ordinata* di ogni vertice della *spezzata* rappresenta l'*altezza h* del *rettangolo* di *base b equivalente* alla *somma* dei *trapezi* che *precedono* tale ordinata.



■ **Planimetro polare**: strumento con il quae si *traccia* tutto il *contorno* della rappresentazione in scala della particella con la *lente* (*puntatore*) posta a un estremo dell'*asta* (*tracciante*) di un apposito strumento chiamato *planimetro polare*. Un'altra *asta* (*polare*) del planimetro è collegata a cerniera in un estremo con la tracciante mentre l'altro estremo (*polo*) deve rimanere *fisso* in fase operativa. L'area è *proporzionale* al *numero* di *giri* compiuti da una *rotella graduata* durante la perimetrazione del contorno della superficie. I *giri* vengono *misurati* da un *disco contagiri* mentre le *frazioni* di giro vengono lette su un *tamburo* provvisto di *nonio*. Il *polo* può essere tenuto in posizione *interna* o *esterna* all'appezzamento; nel primo caso si ottiene una precisione maggiore.

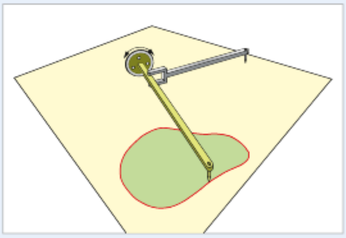


■ **Planimetro lineare (a rulli)**: è costituito da un carrello a due rulli collegato, tramite uno snodo a cerniera, all'asta tracciante, al cui estremo si trova il puntatore e che, come nel caso precedente, porta la rotella che ruota durante il tracciamento dell'area. Operativamente richiede le stesse operazioni descritte per il planimetro polare.

■ **Planimetri digitali**: l'area viene letta direttamente sul display dello strumento. Essi forniscono anche la lunghezza del *perimetro* ed eventuali *distanze* tra punti. Il loro funzionamento concettualmente è uguale a quello dei planimetri analogici.

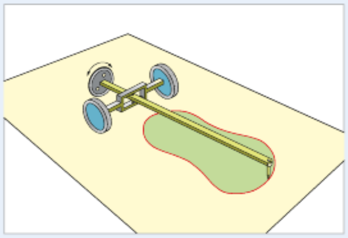
VEDI ANCHE IL
Videoripasso con audio

Collega i concetti



SUPERFICIE TOPOGRAFICA

MISURA DELL'AREA



metodi numerici

allineamenti e squadri
La particella viene scomposta in trapezi e in triangoli, di cui si sommano le aree

trilaterazione
La particella viene scomposto in triangoli, di cui si sommano le aree

camminamento
Della particella vengono misurati tutti i lati del perimetro meno uno e gli angoli tra essi compresi

formula di Gauss
Vengono utilizzate le coordinate cartesiane dei vertici della particella

area con coordinate polari
Vengono utilizzate le coordinate polari dei vertici della particella

metodi grafici

trasformazione di un poligono in un triangolo equivalente
Trasformazione di una particella poligonale in un triangolo equivalente

integrazione grafica
Trasformazione di una particella poligonale (scomponibile in triangoli e trapezi) in un rettangolo equivalente

trasformazione di una figura a contorno curvilineo in un rettangolo equivalente
Scomposizione della parte curvilinea della figura in piccole strisce, assimilabili a trapezi retti, e successiva integrazione grafica

metodi meccanici

planimetri
Sono provvisti di un puntatore (con il quale si segue il contorno dell'area da misurare) e da una rotella che ruota durante il movimento del puntatore

planimetri polari
Sono costituiti da due aste metalliche: l'asta tracciante e l'asta polare. Dal numero dei giri della rotella rilevati dall'operatore si ottiene l'area

planimetri a rulli
Sono costituiti da un'asta tracciante, con relativo puntatore, e da un carrello a due rulli

planimetri digitali
Funzionano come i planimetri analogici ma non richiedono letture. Un display visualizza direttamente il valore dell'area

COMPETENZA DIGITALE

Excel Calcolo dell'area di una figura piana a contorno poligonale

DI COSA CI OCCUPIAMO

In questa esercitazione proponiamo la creazione di un foglio elettronico impostato per il calcolo dell'area di una figura a contorno poligonale, quando siano note le coordinate cartesiane dei vertici della figura. Si tratta in effetti di applicare la nota formula di Gauss adattandola alla struttura del foglio elettronico.

1. Premessa

Una delle operazioni più frequenti richieste al tecnico geometra è quella del calcolo dell'area di una superficie a contorno poligonale (per esempio in ambito catastale o estimativo). Il modo più brillante per risolvere il problema fa ricorso alla formula di Gauss già illustrata nella parte teorica; essa richiede la conoscenza delle **coordinate cartesiane** dei vertici del contorno poligonale (disposti in senso orario) e può assumere aspetti formali diversi, ma del tutto equivalenti.

Consideriamo la figura poligonale illustrata in **figura A**, il cui contorno è costituito da 12 vertici e di cui sono note le coordinate cartesiane (riportate tra parentesi). Per calcolare la sua area possiamo utilizzare la formula di Gauss:

$$S = \sum_{1}^{n}{}_{i} \frac{1}{2} x_i (y_{i-1} - y_{i+1}) \qquad \text{(I)}$$

L'indice i rappresenta un **generico vertice** del contorno, quello $i+1$ il vertice **successivo**, quello $i-1$ il vertice **precedente**. Considerando il modo **ciclico** con cui i vertici si succedono, quando $i = 1$ va posto $i - 1 = n$. Quando $i = n$ va posto $i + 1 = 1$.

Di fatto l'applicazione di questa formula consiste nel **ripetere**, tante volte quanti sono i vertici del contorno della figura, il prodotto riportato nella (I) ed è, pertanto, particolarmente adatta per essere sviluppata nella struttura logica a **griglia** del *foglio elettronico*. Ciascun prodotto determina delle generiche **aree parziali** la cui somma fornisce come risultato finale l'area S della figura.

Il problema può essere impostato sviluppando sul foglio i seguenti passi:

1) caricamento delle **celle** con le coordinate dei vertici della figura;
2) scrittura della formula (I) per il **primo** vertice $i = 1$;
3) scrittura della formula (I) per i vertici **intermedi** (nel nostro caso $2 < i < 11$);
4) scrittura della formula (I) per l'**ultimo** vertice $i = n$ (nel nostro caso 12);
5) scrittura della formula per la **somma** dei prodotti parziali.

2. Preparazione del foglio

Possiamo subito individuare sul foglio i seguenti spazi da utilizzare nel calcolo:

Elementi assegnati

Aree del foglio	Contenuto
Colonna A	Indicazione dei vertici
Colonna B	Ascisse dei vertici della figura
Colonna C	Ordinate dei vertici della figura
Colonna D	Vuota (separatore)

Elementi calcolati

Colonna E	Aree parziali calcolate con la formula (I)

Utilizziamo poi le righe 1, 2 e 3 (**figura B**) per inserire un titolo al foglio di calcolo, e la riga 4 per inserire i titoli di

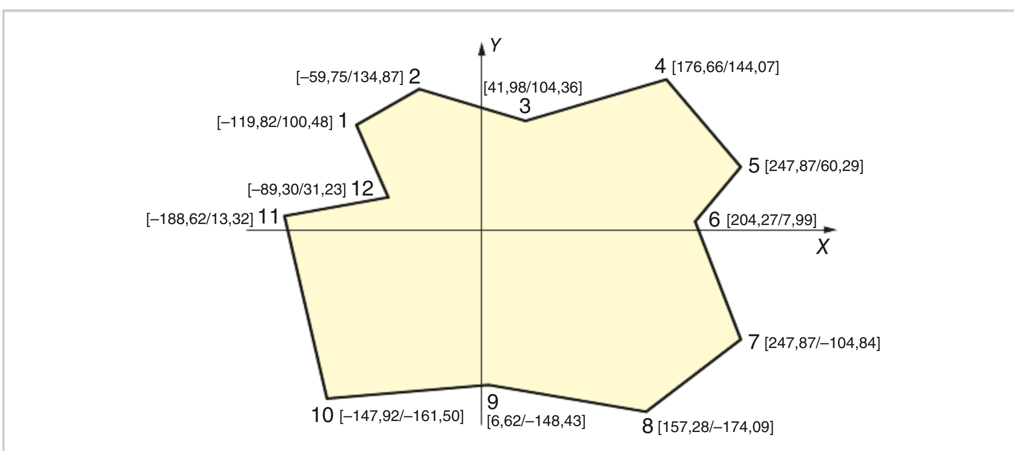


Figura A Schema della figura della quale si vuole determinare l'area. Essa è costituita da 12 vertici di cui si conoscono le coordinate cartesiane riportate tra parentesi con la notazione $[x/y]$.

COMPETENZA DIGITALE

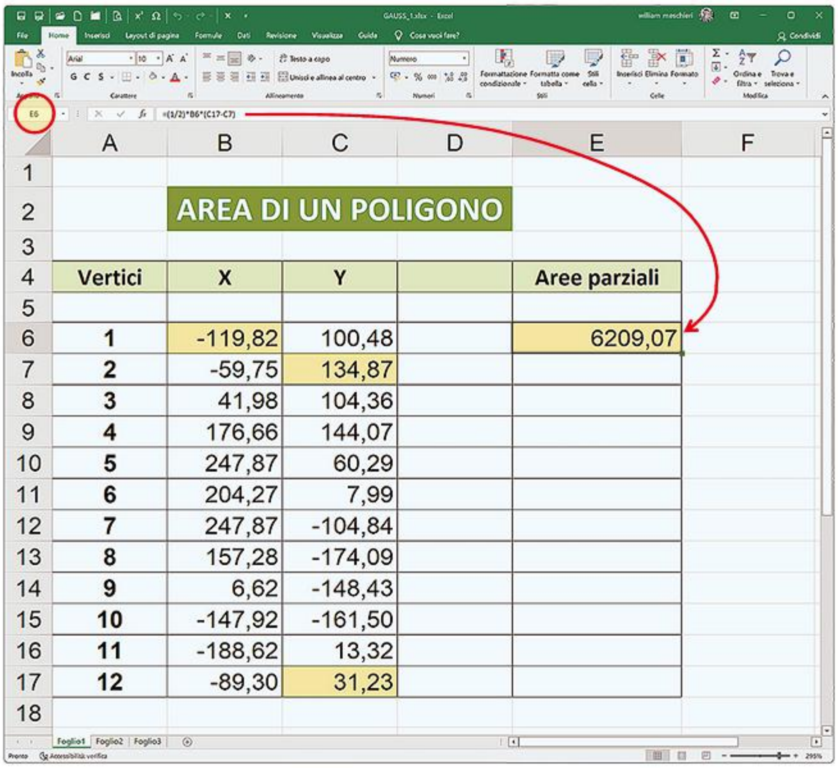


Figura B Introduzione delle coordinate dei vertici e immissione del primo elemento della formula di Gauss ($i = 1$). Le celle con il fondo in colore sono quelle utilizzate nella formula presente nella cella attiva E6.

ciascuna colonna impiegata. Le dodici righe dalla 6 alla 17 verranno utilizzate nel calcolo, a ciascuna di essa corrisponde un **vertice** del contorno della figura.

Dunque iniziamo con l'inserire il **numero** dei vertici tra le righe 6 e 17 della colonna A. Il caricamento può essere eseguito **manualmente**, introducendo cella per cella i numeri da 1 a 12, oppure attivando il **riempimento** automatico delle celle stesse.

Per ottenere il *riempimento automatico* occorre attivare la seguente procedura:

- introdurre il valore 1 nella cella **A6**;
- assicurarsi che la cella **A6** rimanga **attiva**;
- premere sul pulsante **Riempimento** del gruppo **Modifica** (sul lato destro della scheda **Home**) per fare scendere la *tendina* con i comandi disponibili;
- selezionare il comando **Serie...**;
- nella *finestra di dialogo* che appare selezionare **colonne** nel riquadro «*serie in*» e inserire 12 nella casella **Valore limite**. La colonna A diventerà come quella illustrata in **figura B**.

Possiamo poi utilizzare le celle delle colonne **B** e **C** comprese tra le righe 6 e 17**,** per caricare le coordinate cartesiane dei vertici, riportate nella **figura A**, con la seguente corrispondenza:

$$\begin{array}{ll} x_1 \rightarrow \text{B6} & y_1 \rightarrow \text{C6} \\ x_2 \rightarrow \text{B7} & y_2 \rightarrow \text{C7} \\ x_3 \rightarrow \text{B8} & y_3 \rightarrow \text{C8} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ x_{12} \rightarrow \text{B17} & y_{12} \rightarrow \text{C17} \end{array} \qquad \text{(II)}$$

L'immissione di questi valori, che costituiscono i dati del problema, non può che essere manuale, cella per cella, e il risultato è quello illustrato in **figura B**.

La nostra attenzione deve ora trasferirsi alla colonna **E** (lasciando vuota la colonna **D** come elemento separatore). Essa dovrà contenere le formule in grado di simulare l'applicazione della (I). Prima di procedere all'immissione di tali formule, considerando che le aree spesso hanno valori elevati, conviene aumentare la **larghezza** di questa colonna portandola dal valore predefinito 8,11 al valore 12,00, con la seguente procedura:

- **selezionare** direttamente la colonna **E** premendo con il puntatore del mouse sul bottone in cima alla colonna;
- premere sul pulsante **Formato** nel gruppo **Celle** (scheda **Home**) per fare scendere la tendina contenente i comandi di formattazione delle celle;
- selezionare il comando **Larghezza colonne...** (i tre puntini di sospensione preannunciano la successiva apertura di una finestra di dialogo);
- nella *finestra di dialogo* che appare, sostituire il valore 8,11, con il valore **12**; immediatamente tutte le celle della colonna **E** assumeranno il nuovo valore per la loro larghezza.

3. Calcolo delle aree parziali

La formula (I) esprime in modo sintetico e compatto la somma di tanti prodotti quanti sono i vertici della figura; essa, scritta per esteso, corrisponde alla seguente sequenza:

COMPETENZA DIGITALE

$$
\begin{array}{ll}
\text{per } i = 1: & [(1/2) \cdot x_1 \cdot (y_{12} - y_2)] + \\
\text{per } i = 2: & [(1/2) \cdot x_2 \cdot (y_1 \; - y_3)] + \\
\text{per } i = 3: & [(1/2) \cdot x_3 \cdot (y_2 \; - y_4)] + \qquad \text{(III)} \\
\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
\text{per } i = 12: & [(1/2) \cdot x_{12} \cdot (y_{11} - y_1)] =
\end{array}
$$

La prima delle espressioni (III) deve essere caricata nella cella **E6**. Dunque occorre rendere **attiva** questa cella (**figura B**) e, ricordando la corrispondenza mostrata nelle (II), possiamo introdurre l'espressione relativa a $i = 1$:

Calcolo del primo elemento della sommatoria: $i = 1$

Formula	Cella e descrizione
= (1/2)*B6*(C17–C7)	In E6 per il calcolo del primo elemento della sommatoria: $i = 1$

Ultimata l'immissione, l'espressione viene **valutata** dal foglio elettronico e nella cella E6 appare il valore numerico corrispondente al primo elemento della sommatoria. Rendendo poi attiva la cella E7, possiamo introdurre la seconda espressione delle (III) corrispondente a $i = 2$ (**figura C**):

Calcolo del secondo elemento della sommatoria: $i = 2$

Formula	Cella e descrizione
= (1/2)*B7*(C6–C8)	In E7 per il calcolo del secondo elemento della sommatoria: $i = 2$

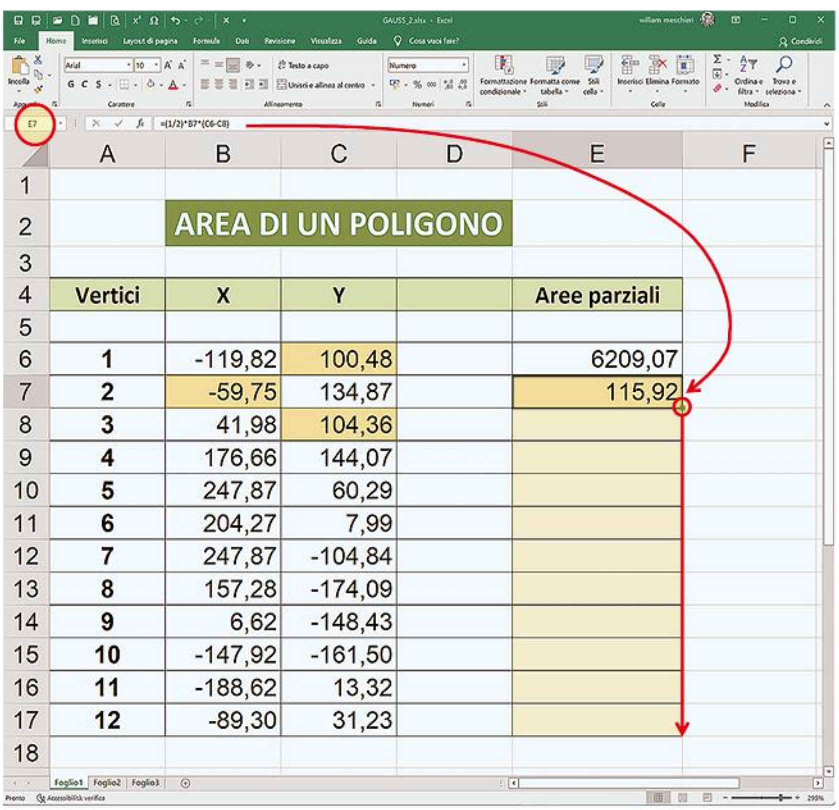
Questa formula, essendo costituita da **riferimenti relativi**, può essere **copiata** (con una delle varie modalità concesse da Excel) nelle celle della colonna **E** comprese tra la riga **8** e la riga **16** (**penultima** della serie) corrispondenti ai vertici compresi tra 3 e 11, evitando le lungaggini dell'introduzione manuale in queste celle. Il modo più rapido per **copiare** nelle celle sottostanti la formula appena introdotta nella cella attiva E7 è quello di **trascinare** verso il basso, fino alla cella E16, la «**maniglia**» della cella attiva E7. Questa è evidenziata con un **quadratino nero** nell'angolo basso destro della cella quando questa viene resa attiva.

I **riferimenti relativi** modificano via via le formule copiate, adattandole automaticamente alla **nuova posizione**.

Resta ora da introdurre manualmente l'ultima delle (III) corrispondente a $i = 12$. Essa viene introdotta nella cella E17 (**figura D**):

Calcolo dell'ultimo elemento della sommatoria: $i = 12$

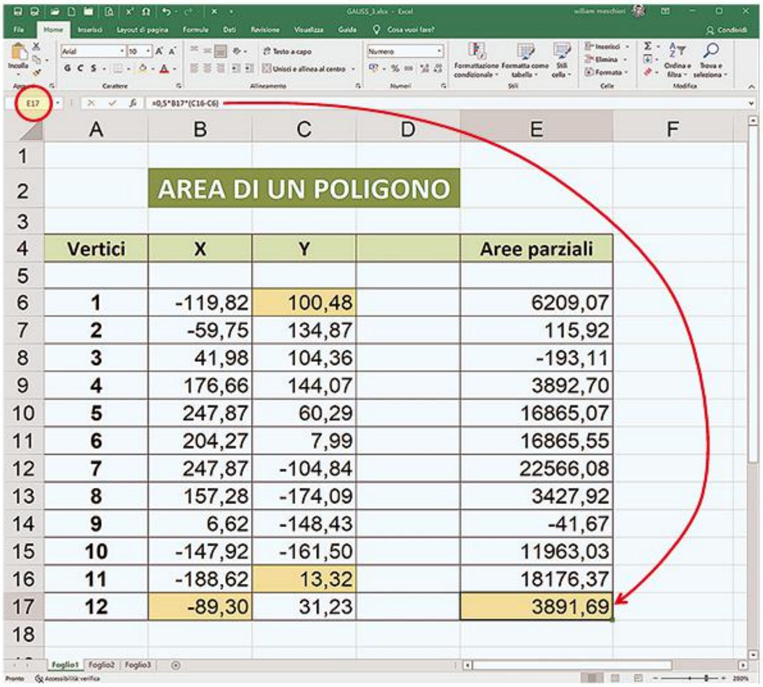
Formula	Cella e descrizione
= (1/2)* B17*(C16–C6)	In E17 per il calcolo dell'ultimo elemento della sommatoria: $i = 12$



	A	B	C	D	E
2		AREA DI UN POLIGONO			
4	Vertici	X	Y		Aree parziali
6	1	-119,82	100,48		6209,07
7	2	-59,75	134,87		115,92
8	3	41,98	104,36		
9	4	176,66	144,07		
10	5	247,87	60,29		
11	6	204,27	7,99		
12	7	247,87	-104,84		
13	8	157,28	-174,09		
14	9	6,62	-148,43		
15	10	-147,92	-161,50		
16	11	-188,62	13,32		
17	12	-89,30	31,23		

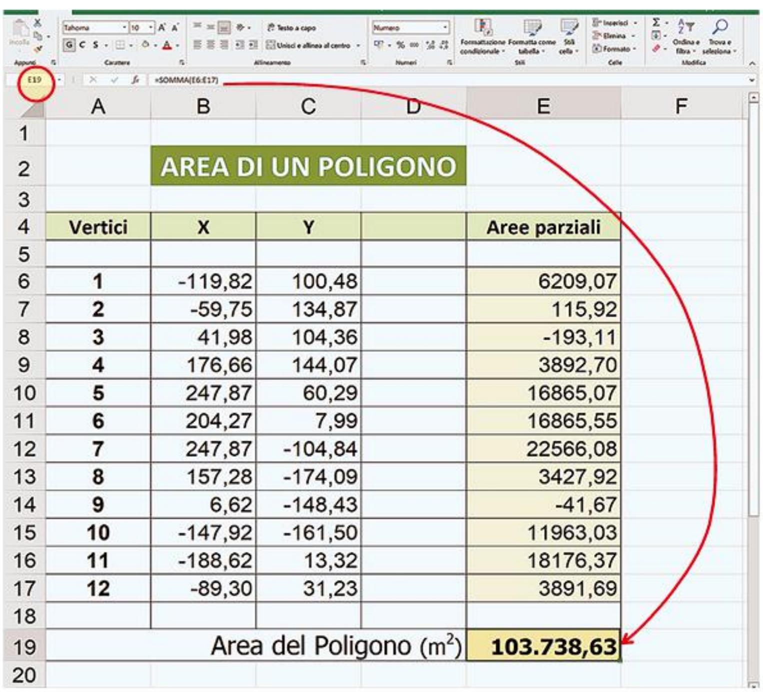
Figura C Immissione del secondo elemento della formula di Gauss, per $i = 2$, e copiatura della stessa formula nelle celle intermedie sottostanti per $3 < i < 11$. La copiatura può avvenire rapidamente trascinando verso il basso la «maniglia» della cella E7 resa attiva.

COMPETENZA DIGITALE



Vertici	X	Y		Aree parziali
1	-119,82	100,48		6209,07
2	-59,75	134,87		115,92
3	41,98	104,36		-193,11
4	176,66	144,07		3892,70
5	247,87	60,29		16865,07
6	204,27	7,99		16865,55
7	247,87	-104,84		22566,08
8	157,28	-174,09		3427,92
9	6,62	-148,43		-41,67
10	-147,92	-161,50		11963,03
11	-188,62	13,32		18176,37
12	-89,30	31,23		3891,69

Figura D Immissione dell'ultimo elemento della formula di Gauss (i = 12). La relativa formula è stata inserita nella cella E17.



Vertici	X	Y		Aree parziali
1	-119,82	100,48		6209,07
2	-59,75	134,87		115,92
3	41,98	104,36		-193,11
4	176,66	144,07		3892,70
5	247,87	60,29		16865,07
6	204,27	7,99		16865,55
7	247,87	-104,84		22566,08
8	157,28	-174,09		3427,92
9	6,62	-148,43		-41,67
10	-147,92	-161,50		11963,03
11	-188,62	13,32		18176,37
12	-89,30	31,23		3891,69
			Area del Poligono (m²)	**103.738,63**

Figura E Calcolo dell'area del poligono e completamento del foglio di calcolo con titoli e con l'uso dei colori.

4. Calcolo dell'area della figura

Ora non resta che fare la somma dei valori delle precedenti espressioni. Dunque rendiamo attiva la cella E19 e, utilizzando la funzione **somma** di Excel (che come noto fornisce la somma dei valori contenuti nel gruppo di celle indicato), possiamo scrivere la seguente espressione, che fornisce la somma dei valori contenuti nel **gruppo di celle** comprese tra la E6 e la E17. Questa somma, naturalmente, costituisce l'**area** della figura cercata (**figura E**):

Calcolo dell'area del poligono

Formula	Cella e descrizione
= SOMMA(E6:E17)	In E19 per la somma delle aree parziali

È poi utile inserire a fianco di questo valore un'**etichetta di testo** che ne renda immediato il significato, per esempio «Area del poligono». Questo testo però è troppo lungo per poter essere contenuto in una delle celle predisposte in precedenza. Si scelgono allora le 4 celle A19, B19, C19 e D19, immediatamente alla sinistra della cella E19 che contiene il valore da mettere in evidenza. Esse possono essere unite in modo da formare un'**unica cella** in grado di contenere il testo desiderato. In questo modo il calcolo è terminato, tuttavia è bene completare il foglio con **titoli** e **commenti**, oltre che con la **formattazione** delle celle e l'impiego di fondi colorati, per garantire un aspetto più efficace e una più rapida leggibilità del calcolo.

Naturalmente, **cambiando** le coordinate di uno o più vertici della figura, il calcolo verrà **rieseguito** immediatamente fornendo il valore della nuova area.

Volendo poi determinare l'area di una figura con un **numero di vertici diverso** da quello proposto, sarà facile adattare lo schema precedente, aggiungendo nuove righe per un numero maggiore di vertici, oppure togliendone se la figura avesse un numero minore di vertici, e modificando il riferimento alle celle su cui effettuare la somma nella cella E19.

Autovalutazione

QUESITI VERO/FALSO

V F

1 I parametri urbanistici sono riferiti all'area della superficie fisica dei terreni ☐ ☐

2 I metodi numerici per calcolare le aree sono sbrigativi e poco precisi ☐ ☐

3 La formula di Gauss viene impiegata per calcolare l'area di un appezzamento rilevato per allineamenti e squadri ☐ ☐

4 Applicando la formula di Gauss con la numerazione dei vertici in senso orario si ottiene un'area negativa ☐ ☐

5 Per applicare la formula di camminamento devono essere noti tutti gli elementi del perimetro, tranne un lato e i due angoli adiacenti ☐ ☐

6 La formula di camminamento è applicabile solo ai quadrilateri ☐ ☐

7 Le coordinate polari dei vertici di un appezzamento poligonale consentono di ricavare la sua area direttamente ☐ ☐

8 La misura delle aree di superfici rilevate per trilaterazione utilizzano misure lineari e angolari ☐ ☐

9 I metodi grafici per calcolare le aree sono più precisi di quelli numerici ☐ ☐

10 Per poter applicare i metodi grafici si deve disporre del disegno in scala della particella ☐ ☐

11 Quelli grafici sono i metodi più utilizzati per calcolare le aree ☐ ☐

12 Nell'integrazione grafica si trasforma una figura poligonale in un triangolo equivalente ☐ ☐

13 Nell'integrazione grafica aumentando la base si ottiene una linea integrale più schiacciata ☐ ☐

14 Nei planimetri polari la rotellina è montata sull'asta polare ☐ ☐

15 I planimetri lineari a rulli, durante la misura, sono meno ingombranti di quelli polari ☐ ☐

16 Sia nei planimetri polari sia in quelli a rulli è presente uno snodo a cerniera ☐ ☐

17 Solo nei planimetri polari l'area è basata sulla rotazione di una rotellina ☐ ☐

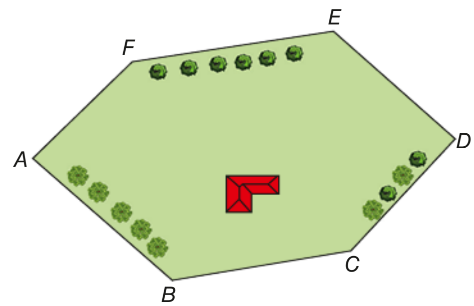
18 I planimetri polari misurano le aree con maggiore precisione rispetto ai planimetri a rulli ☐ ☐

19 I planimetri digitali possono fornire anche la lunghezza del perimetro tracciato ☐ ☐

QUESITI A RISPOSTA APERTA

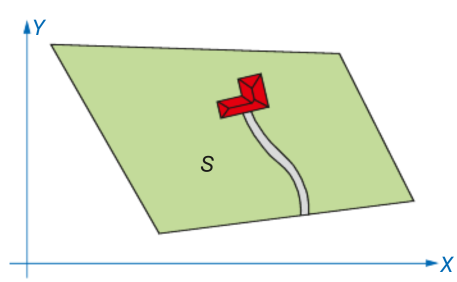
20 Con riferimento allo schema, che riporta una particella di terreno che deve essere rilevata per allineamenti e squadri al fine di calcolarne l'area, indica

1 sulla figura un'ipotesi di allineamenti da adottare;
2 quali misure vengono effettuate;
3 quali condizioni consentono questa tecnica;
4 come viene calcolata l'area.



21 Con riferimento allo schema, che riporta una particella di terreno la cui area deve essere ottenuta utilizzando le coordinate cartesiane dei suoi vertici, indica

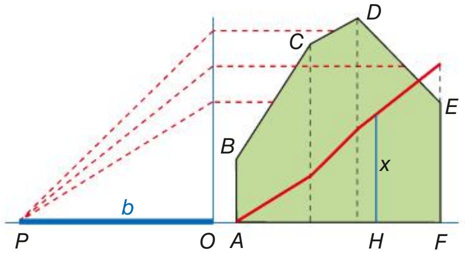
1 con quale nome è nota questa procedura;
2 secondo quale direzione è opportuno numerare i vertici della figura;
3 a quale tipologia di calcolo è congeniale questa procedura;
4 una delle formule equivalenti della procedura, dopo aver riportato sulla figura una possibile numerazione dei vertici.



Autovalutazione

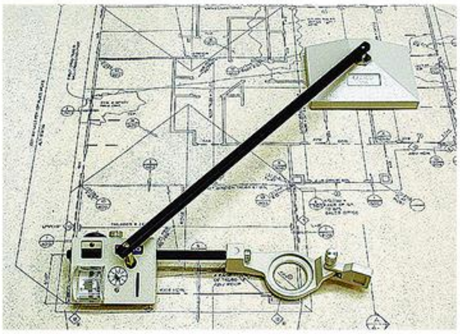
22 Con riferimento allo schema, che riporta l'integrazione grafica della rappresentazione in scala di una particella *ABCDEF*, riportando eventuali ulteriori riferimenti sulla figura, indica

1 quale elemento costituisce il risultato della procedura;
2 come viene indicato e quale lunghezza assume il segmento *OP*;
3 a quale figura e con quali dimensioni è equivalente la particella;
4 cosa succede se si dimezza il valore di *OP*;
5 cosa rappresenta la lunghezza del segmento indicato con *x*.



23 Con riferimento all'immagine, che mostra un planimetro polare analogico in una fase di misura dell'area di una figura in scala con polo esterno, indica

1 a quale studioso è dovuta la sua concezione;
2 cosa rappresenta l'asta inclinata sull'immagine;
3 quale operazione è richiesta nella misura;
4 quale grandezza deve rilevare l'operatore;
5 quale espressione fornisce l'area della figura.



QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

24 In quale dei seguenti ambiti *non* è utilizzata la superficie topografica ma quella reale?

- a agrario
- b catastale
- c urbanistico
- d nessuno dei precedenti

25 I metodi più precisi per calcolare le aree sono quelli

- a grafici
- b numerici
- c meccanici
- d tutti i precedenti

26 Quale caratteristica possiede la misura dell'area di una particella di terreno rilevata per trilaterazione?

- a richiede un terreno con pochi ostacoli
- b richiede lungaggini nel rilievo
- c produce buone precisioni
- d tutte le precedenti

27 La scelta del metodo numerico per calcolare l'area di una particella dipende

- a dalla precisione che si vuole ottenere
- b dall'estensione della particella
- c dal tipo di rilievo impiegato
- d dalla forma della particella

28 Per calcolarne l'area, una particella rilevata per allineamenti e squadri deve essere suddivisa

- a in parti uguali
- b in figure elementari
- c in intervalli di lunghezza uguale
- d in un numero pari di intervalli

29 La formula di Gauss viene impiegata quando una particella è stata rilevata

- a per allineamenti
- b per trilaterazione
- c per coordinate polari
- d per coordinate cartesiane

30 Per applicare la formula di camminamento occorre possedere:

- a tutti i lati
- b tutti i lati meno uno
- c tutti i lati meno due
- d nessuna delle precedenti

31 La trasformazione di un poligono in un triangolo equivalente viene effettuata tracciando

- a le diagonali
- b le ordinate dei vertici
- c le altezze
- d le bisettrici

32 I metodi grafici per calcolare le aree si applicano quando

- a si vuole ottenere un'elevata precisione
- b il rilievo è poco preciso
- c si dispone solo del disegno in scala della particella
- d l'estensione della particella è piccola

33 Per integrarla graficamente una particella deve essere suddivisa in

- a trapezi e triangoli retti
- b trapezi e triangoli
- c rettangoli equivalenti
- d triangoli equivalenti

34 Le ordinate dei vertici di una linea integrale rappresentano

a altezze di triangoli equivalenti
b altezze di rettangoli equivalenti
c basi di rettangoli equivalenti
d basi di triangoli equivalenti

35 Quale componente fa parte di un planimetro polare di Amsler?

a asta tracciante
b rotella e tamburo
c asta polare
d tutti i precedenti

36 Nei planimetri polari analogici l'area viene fornita da un'espressione che contiene un parametro indicato con K e costituito

a dal numero di giri della rotellina del planimetro
b da un valore caratteristico per tutti i planimetri
c da un valore caratteristico per ogni planimetro
d nessuna delle precedenti

Verifica delle competenze

COMPETENZA Digitale

37 Nell'ambito di un foglio Excel, utilizza le celle necessarie per automatizzare il calcolo della *formula di camminamento* riferito a una figura a forma quadrilatera.

COMPETENZA Attività grafica

38 Considera la particella $ABCDE$, i cui vertici hanno le seguenti coordinate cartesiane:

$X_A = +22{,}00$ m $\quad X_B = +56{,}00$ m $\quad X_C = +130{,}00$ m
$Y_A = +78{,}00$ m $\quad Y_B = +107{,}00$ m $\quad Y_C = +84{,}00$ m

$X_D = +151{,}00$ m $\quad X_E = +68{,}00$ m
$Y_D = +46{,}00$ m $\quad Y_E = +12{,}00$ m

Dopo aver riportato in scala 1:1000 la particella su un foglio A3 (centrando grossomodo la figura nel foglio), determina l'area della particella trasformandola in un triangolo equivalente partendo dal vertice A e procedendo in senso orario. [7100 m^2]

39 Dopo aver riprodotto in scala 1:1000 la stessa particella $ABCDE$ dell'esercizio precedente, determina l'area della particella trasformandola in un rettangolo equivalente adottando come direzione di riferimento la diagonale AD e come *base* un segmento AP con lunghezza di 5 cm (o altro valore poco diverso).

COMPETENZA Risolvere problemi

PER INIZIARE

40 Il contorno poligonale di una particella è costituito dai vertici $ABCDE$. Questi vertici sono stati rilevati per allineamenti e squadri adottando la congiungente AD come allineamento principale ed eseguendo le misure dirette riportate nel seguente libretto, in cui gli squadri di punti che si trovano alla destra di un osservatore che da A guarda D sono considerati negativi:

Vertici	Progressive (m)	Squadri (m)
A	0,00	0,00
B	64,13	−35,08
E	106,97	30,48
C	139,64	−39,68
D	165,53	0,00

Calcola l'area della particella $ABCDE$.
[S = 6983,74 m^2]

41 La particella di vertici $ABCDE$, in sequenza antioraria, è stata rilevata per trilaterazione eseguendo le seguenti misure dirette:

$AB = 52{,}60$ m $\quad BC = 64{,}43$ m $\quad CD = 67{,}18$ m
$DE = 66{,}02$ m $\quad AE = 60{,}76$ m
$EB = 78{,}32$ m $\quad EC = 86{,}62$ m

Calcola l'area della particella $ABCDE$.
[S = 6212 m^2]

42 Nel rilievo architettonico di una stanza di un fabbricato storico di vertici $ABCD$, in sequenza antioraria, è stato osservato a vista che il lato CD non risulta rettilineo ma evidenzia un mancato allineamento in corrispondenza di un punto P. Di conseguenza la stanza è stata rilevata per trilaterazione eseguendo le seguenti misure dirette:

$AB = 5{,}44$ m $\quad BC = 4{,}94$ m $\quad CP = 2{,}08$ m
$PD = 3{,}36$ m $\quad AD = 4{,}85$ m
$PB = 5{,}45$ m $\quad PA = 6{,}06$ m

Calcola l'area della stanza $ABCPD$.
[S = 26,99 m^2]

43 Una particella $ABCD$ di forma quadrilatera è stata rilevata per camminamento ottenendo i seguenti valori:

$AB = 72{,}38$ m $\quad BC = 96{,}52$ m $\quad CD = 124{,}98$ m

$C\widehat{B}A = \beta = 110^c{,}3460 \quad D\widehat{C}B = \gamma = 103^c{,}2950$

Calcola l'area della particella. $[S_{ABCD} = 10\,432{,}25\ \text{m}^2]$

44 Una particella $ABCDE$ di forma pentagonale è stata rilevata per camminamento ottenendo i seguenti valori:

$BC = 136{,}98$ m $\quad CD = 112{,}64$ m

$DE = 246{,}15$ m $\quad EA = 278{,}46$ m

$D\widehat{C}B = \gamma = 101^c{,}7870 \quad E\widehat{D}C = \delta = 110^c{,}3820$

$A\widehat{E}D = \varepsilon = 94^c{,}6530$

Calcola l'area della particella.

$[S_{ABCDE} = 41\,021{,}27\ \text{m}^2]$

45 Una particella $ABCD$ di forma quadrilatera è stata rilevata per coordinate polari da un punto S esterno al quadrilatero ottenendo i seguenti valori:

$d_A = 78{,}32$ m $\quad d_B = 103{,}56$ m
$\vartheta_A = 32^c{,}1870 \quad \vartheta_B = 56^c{,}6930$

$d_C = 120{,}85$ m $\quad d_D = 100{,}52$ m
$\vartheta_C = 91^c{,}3940 \quad \vartheta_D = 125^c{,}2850$

Calcola l'area della particella. $[S_{ABCD} = 3936{,}97\ \text{m}^2]$

46 Una particella $ABCDE$ di forma pentagonale è stata rilevata per coordinate polari da un punto S interno al pentagono ottenendo i seguenti valori:

$d_A = 135{,}78$ m $\quad d_B = 154{,}29$ m
$\vartheta_A = 337^c{,}9290 \quad \vartheta_B = 35^c{,}7980$

$d_C = 167{,}12$ m $\quad d_D = 124{,}92$ m
$\vartheta_C = 94^c{,}6950 \quad \vartheta_D = 178^c{,}3420$

$d_E = 146{,}43$ m
$\vartheta_E = 238^c{,}5160$

Calcola l'area della particella.

$[S_{ABCDE} = 48\,216{,}74\ \text{m}^2]$

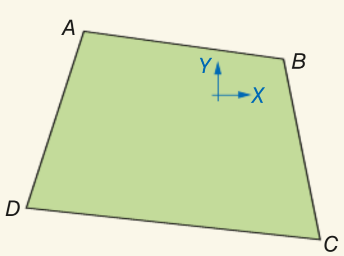
47 **PROBLEMA SVOLTO**

Determina l'area di una particella di terreno di vertici $ABCD$, di cui sono note le seguenti coordinate cartesiane:

$X_A = -160{,}20$ m $\quad X_B = +78{,}10$ m
$Y_A = +75{,}50$ m $\quad Y_B = +42{,}50$ m

$X_C = +122{,}50$ m $\quad X_D = -227{,}00$ m
$Y_C = -171{,}30$ m $\quad Y_D = -133{,}40$ m

Soluzione



Applichiamo la (5), assegnando l'ordine progressivo i alla sequenza dei vertici A, B, C, D:

per $i = 1$ (A):

$$+\,75{,}50\,[78{,}10 - (-227{,}00)] = 23\,035{,}05\ \text{m}^2$$

per $i = 2$ (B):

$$+\,42{,}50\,[122{,}50 - (-160{,}20)] = 12\,014{,}75\ \text{m}^2$$

per $i = 3$ (C):

$$-\,171{,}30\,(-\,227{,}00 - 78{,}10) = 52\,263{,}63\ \text{m}^2$$

per $i = 4$ (D):

$$-\,133{,}40\,(-\,160{,}20 - 122{,}50) = 37\,712{,}18\ \text{m}^2$$

Sommiamo i singoli contributi:

$$23\,035{,}05\ \text{m}^2 + 12\,014{,}75\ \text{m}^2 + 52\,263{,}63\ \text{m}^2 + 37\,712{,}18\ \text{m}^2 =$$

$$2S_{ABCD} = 125\,025{,}61\ \text{m}^2$$

Quindi risulta $S_{ABCD} = 62\,512{,}80\ \text{m}^2$.

48 Una particella $ABCD$ di forma quadrilatera è stata rilevata per coordinate cartesiane ottenendo i seguenti valori:

$X_A = -25{,}31$ m $\quad X_B = +18{,}64$ m
$Y_A = +20{,}75$ m $\quad Y_B = +52{,}28$ m

$X_C = +75{,}94$ m $\quad X_D = +27{,}92$ m
$Y_C = +22{,}11$ m $\quad Y_D = -49{,}76$ m

Calcola l'area della particella applicando le formule di Gauss. $[S_{ABCD} = 5172{,}08\ \text{m}^2]$

49 Una particella $ABCDEF$ di forma esagonale è stata rilevata per coordinate cartesiane ottenendo i seguenti valori:

$X_A = -35{,}22$ m $\quad X_B = -68{,}85$ m
$Y_A = -39{,}70$ m $\quad Y_B = -12{,}81$ m

$X_C = -30{,}42$ m $\quad X_D = +30{,}12$ m
$Y_C = +27{,}90$ m $\quad Y_D = +15{,}37$ m

$X_E = +67{,}90$ m $\quad X_F = +38{,}25$ m
$Y_E = -20{,}16$ m $\quad Y_F = -52{,}16$ m

Calcola l'area della particella applicando le formule di Gauss. $[S_{ABCDEF} = 6838{,}83\ \text{m}^2]$

50 Una particella di contorno quadrilatero $ABCD$ è stata rilevata da una stazione interna S con uno strumento elettronico. I dati del rilievo sono riportati nel seguente libretto:

Verifica delle competenze

St.	P.b.	Distanze orizz. (m)	CO (gon)
S	*A*	39,000	32,4600
	B	37,610	166,0600
	C	36,660	275,1800
	D	48,080	364,8300

Scelto un sistema di riferimento cartesiano ortogonale con origine in S e asse delle ordinate orientato secondo lo zero del cerchio azimutale, calcola le coordinate dei punti A, B, C, D e l'area della particella.

[$X_A = +19{,}03$ m; $Y_A = +34{,}04$ m; $X_B = +19{,}11$m; $Y_B = -32{,}39$ m; $X_C = -33{,}91$ m; $Y_C = -13{,}93$ m; $X_D = -25{,}23$ m; $Y_D = +40{,}93$ m; $S_{ABCD} = 3004{,}50$ m^2]

51 **PROBLEMA GUIDATO**

Dei due vertici *A* e *B* della particella a forma quadrilatera *ABCD* sono note le seguenti coordinate cartesiane:

$X_A = -88{,}265$ m $\qquad X_D = +38{,}682$ m

$Y_A = -51{,}306$ m $\qquad Y_D = +183{,}005$ m

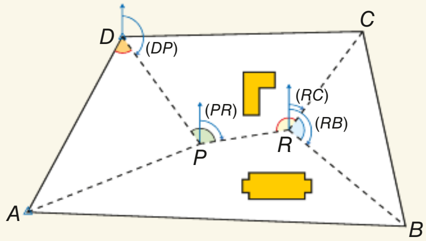
Il rilievo del contorno della particella, per gli ostacoli presenti, ha richiesto la collocazione di una stazione totale sui due punti *P* e *R* interni alla particella. Le misure eseguite sono state trascritte nel seguente libretto:

St.	P.b.	Letture al CO (gon)	Distanze (m)
P	*D*	368,2237	176,716
	A	284,2144	248,172
	R	98,0516	120,326
R	*P*	302,3827	–
	C	53,7800	164,855
	B	156,4700	203,368

Determina le coordinate dei punti *B* e *C* e l'area della particella *ABCD*.

Soluzione

1 Disegna lo schema qualitativo del problema.



2 Con le coordinate di *A* e *D* calcola l'azimut (*DA*) e la lunghezza *AD*.

$(DA) = 231{,}6092$ gon $\qquad AD = 266{,}491$ m

3 Calcola l'angolo $A\widehat{D}P$ dal triangolo *ADP* (Carnot inverso).

$A\widehat{D}P = 71{,}5855$ gon

4 Calcola l'azimut (*DP*) per differenza: $(DA) - A\widehat{D}P$.

$(DP) = 160{,}0237$ gon $\qquad (PD) = 360{,}0237$ gon

5 Calcola le coordinate del punto *P* partendo dal punto *D* di posizione nota.

$X_P = 142{,}50$ m $\qquad Y_P = 40{,}00$ m

6 Calcola l'angolo $D\widehat{P}R$ con le letture al CO: $L_R - L_D + 400$.

$D\widehat{P}R = 129{,}8279$ gon

7 Calcola l'azimut (*PR*) con l'espressione $(PD) + D\widehat{P}R - 400$.

$(PR) = 89{,}8516$ gon $\qquad (RP) = 289{,}8516$ gon

8 Calcola le coordinate del punto *R* partendo dal punto *P* di posizione nota.

$X_R = 261{,}300$ m $\qquad Y_R = 59{,}100$ m

9 Utilizzando le letture al CO calcola gli angoli $P\widehat{R}C = L_C - L_P + 400$ e $C\widehat{R}B = L_B - L_C$.

$P\widehat{R}C = 151{,}3973$ gon $\qquad C\widehat{R}B = 102{,}6900$ gon

10 Calcola l'azimut (*RC*) con l'espressione $(RP) + P\widehat{R}C - 400$ e l'azimut (*RB*) con l'espressione $(RC) + C\widehat{R}B$.

$(RC) = 41{,}2489$ gon $\qquad (RB) = 143{,}9389$ gon

11 Calcola le coordinate del punto *C* partendo dal punto *R* di posizione nota.

$X_C = 360{,}797$ m $\qquad Y_C = 190{,}544$ m

12 Calcola le coordinate del punto *B* partendo dal punto *R* di posizione nota.

$X_B = 418{,}122$ m $\qquad Y_B = -70{,}381$ m

13 Calcola l'area della particella utilizzando la formula di Gauss secondo lo schema del Problema svolto 1.

$S_{ABCD} = 102\,776{,}86$ m^2

52 Per determinare planimetricamente la posizione dei punti A e B, si è fatta stazione con uno strumento elettronico prima in un terzo punto P di coordinate note rispetto a un sistema di riferimento cartesiano ortogonale con l'asse delle ordinate orientato a nord e poi sul punto A da determinare. Con il cerchio azimutale orientato a nord in entrambe le stazioni sono state eseguite le osservazioni riportate nel seguente libretto:

St.	P.b.	Distanze orizz. (m)	CO (gon)
P	*A*	74,510	358,7000
A	*P*	–	158,7000
	B	111,780	61,2000

Le coordinate di P sono: $X_P = +201{,}60$ m, $Y_P = -197{,}50$ m. Calcola le coordinate di A e B e l'area del triangolo ABP.

[$X_A = +156{,}58$ m; $Y_A = -138{,}13$ m; $X_B = +248{,}23$ m; $Y_B = -74{,}14$ m; $S_{ABP} = 4161{,}15$ m^2]

53 Si è fatta stazione in un punto S interno a un appezzamento quadrilatero $ABCD$ mediante uno strumento elettronico a graduazione centesimale destrorsa, con l'origine degli angoli orizzontali coincidente col nord, collimando successivamente a un prisma posto verticalmente in A, B, C, D. I dati del rilievo sono riportati nel libretto di pagina seguente.
Calcola le coordinate dei vertici e l'area del quadrilatero $ABCD$ assumendo un sistema di assi cartesiani ortogonali con origine in S e l'asse delle ordinate con direzione nord.

St.	P.b.	Distanze orizz. (m)	CO (gon)
S	*A*	90,060	11,2776
	B	89,220	106,6285
	C	82,810	244,6087
	D	96,200	298,1296

[$X_A = +15{,}87$ m; $Y_A = +88{,}65$ m; $X_B = +88{,}74$ m; $Y_B = -9{,}27$ m; $X_C = -53{,}40$ m; $Y_C = -63{,}30$ m; $X_D = -96{,}16$ m; $Y_D = -2{,}83$ m; $S_{ABCD} = 14\,270{,}83$ m^2]

54 Una particella quadrangolare è stata rilevata facendo stazione in un punto interno O e collimando il prisma posto successivamente nei vertici A, B, C, D. Si sono misurati gli elementi riportati nel seguente libretto:

St.	P.b.	Distanze orizz. (m)	CO (gon)
O	*A*	75,310	42,1296
	B	93,900	101,3333
	C	150,000	260,7778
	D	86,580	386,8518

È stata utilizzata una stazione totale con graduazione destrorsa. Determina l'area della particella $ABCD$.
[$S_{ABCD} = 15\,468{,}05$ m^2]

55 Di una particella quadrilatera $ABCD$ si conoscono le coordinate cartesiane dei vertici A, B, C:

$$X_A = -51{,}91 \text{ m} \qquad X_B = +105{,}03 \text{ m}$$
$$Y_A = -87{,}11 \text{ m} \qquad Y_B = -119{,}87 \text{ m}$$
$$X_C = +173{,}67 \text{ m}$$
$$Y_C = -34{,}43 \text{ m}$$

Per determinare la posizione del vertice D si sono fatte due stazioni in A e C misurando gli elementi riportati nel seguente libretto:

Stazione	Punti battuti	Letture al CO (gon)
A	*D*	42,9230
	B	119,4780
C	*B*	384,6480
	D	71,9250

Lo strumento utilizzato è una stazione totale. Calcola le coordinate del punto M d'intersezione delle diagonali AC e BD e l'area della particella $ABCD$.
[$X_M = +75{,}68$ m; $Y_M = -57{,}31$ m; $S_{ABCD} = 19\,975{,}60$ m^2]

Risultati dei quesiti vero/falso
1F, 2F, 3F, 4F, 5V, 6F, 7V, 8F, 9F, 10V, 11F, 12F, 13V, 14F, 15V, 16V, 17F, 18F, 19V.

Risultati dei quesiti a risposta multipla
24d, 25b, 26d, 27c, 28b, 29d, 30b, 31a, 32c, 33a, 34b, 35d, 36c.

VERSO L'ESAME DI STATO

Fai molta attenzione a questa sezione. I problemi proposti sono relativi ad argomenti che potresti trovare nella seconda prova dell'Esame di Stato.

56 **CON IL MANUALE**

Della particella a forma quadrilatera di vertici *ABCD*, in sequenza oraria, sono note le seguenti coordinate cartesiane:

$$X_A = 43{,}30 \text{ m} \qquad X_B = 156{,}30 \text{ m} \qquad X_C = 258{,}90 \text{ m} \qquad X_D = 303{,}40 \text{ m}$$
$$Y_A = 101{,}40 \text{ m} \qquad Y_B = 211{,}400 \text{ m} \qquad Y_C = 143{,}60 \text{ m} \qquad Y_D = 66{,}70 \text{ m}$$

Dopo avere rappresentato la particella in scala 1:2000, determina l'area del quadrilatero *ABCD* utilizzando il metodo dell'integrazione grafica e fissando a piacere la base sulla direzione del lato *AD*. Determina poi la stessa area in modo numerico utilizzando la formula di Gauss. [$S = 18\,702{,}50$ m^2]

GUARDA sul *Manuale Cremonese del geometra*