

## Le operazioni con gli angoli

### Scrivere in forma normale una misura angolare

Scrivere in **forma normale** una misura angolare vuol dire avere i secondi minori di 60 e i primi minori di 60.

Nei libri scolastici spesso ci sono esercizi dove si richiede di scrivere in forma normale una determinata misura angolare, in generale le regole sono queste:

- si parte dai **secondi**
- se i **secondi** sono maggiori di 60 si farà  $\rightarrow$  **secondi : 60 secondi = x primi** resto = **c secondi**
- la quantità **x** ottenuta sono i **primi**, il resto **c** sono i **secondi** rimasti
- aggiungi i **primi** ottenuti dalla divisione ai **primi** che avevi già
- se anche i **primi totali** sono maggiori di 60 si farà  $\rightarrow$  **primi : 60 primi = y gradi** resto = **b primi**
- la quantità **y** ottenuta sono i **gradi**, il resto **b** sono i **primi** rimasti
- aggiungi gli **y gradi** ottenuti dalla divisione ai **gradi** che avevi già, otterrai **a gradi**

**gradi primi secondi**  $\rightarrow$  **a° b' y''**

Esercizio: scrivi in forma normale la misura angolare **122° 150' 89''**

122° 150' ~~89''~~ +

$$\begin{array}{r}
 \cancel{122} \quad \cancel{89} \quad \cancel{27} \quad \cancel{''} \\
 2^{\circ} \quad 31' \quad \downarrow \\
 \hline
 124^{\circ} \quad 31' \quad 29''
 \end{array}$$

- Cancella  $89''$ . Scrivi sotto ai **secondi  $29''$**  e sotto ai **primi  $1'$**
- Esegui la somma
- I primi superano 60  $\rightarrow 151' = 60' + 60' + 31' = 2 \cdot 60' + 31' = 2^{\circ} 31'$
- Cancella  $151'$ . Scrivi sotto ai primi  $31'$  e sotto i primi  $2^{\circ}$
- Esegui la somma

Ora né i **primi** né i **secondi** sono maggiori di 60, hai ridotto in forma normale la misura angolare.

---

## L'operazione di addizione

Sommare tra loro gli angoli non è un'operazione diversa da quella fatta con i numeri, ma come hai già imparato quando fai l'addizione in colonna puoi sommare solo oggetti che hanno le stesse caratteristiche, per cui:

1. metti i **secondi** nella colonna dei **secondi** e esegui la somma;
2. metti i **primi** nella colonna dei **primi** e esegui la somma;

Esercizio: esegui l'addizione  $57^\circ 38' 55'' + 42^\circ 50' 44''$  e esprimi la somma in forma normale

- Metti in colonna gli addendi
- Esegui le somme: i **secondi** coi **secondi**, i **primi** coi **primi**, i **gradi** coi **gradi**
- Scrivi i **secondi** in forma normale (quando i secondi sono maggiori di 59): toglì i multipli di 60 ai secondi e aggiungili ai primi dopo averli trasformati in primi  $\rightarrow 60'' = 1'$ ,  $120'' = 2'$ , ...
- Esegui le operazioni
- Scrivi i **primi** in forma normale (quando i primi sono maggiori di 59): toglì i multipli di 60 ai primi e aggiungili ai gradi dopo averli trasformati in gradi  $\rightarrow 60' = 1^\circ$ ,  $120' = 2^\circ$ , ...
- Esegui le operazioni
- Ora il risultato dell'addizione è scritto in forma normale

$$\begin{array}{r}
 57^\circ \quad 38' \quad 55'' \quad + \\
 42^\circ \quad 50' \quad 44'' \quad = \\
 \hline
 99^\circ \quad 88' \quad \cancel{99''} \quad + \\
 \downarrow \quad \quad \quad 1' \quad 39'' \quad = \\
 \hline
 99^\circ \quad \cancel{89'} \quad 39'' \quad + \\
 1^\circ \quad 29' \quad \downarrow \quad = \\
 \hline
 100^\circ \quad 29' \quad 39''
 \end{array}$$

## L'operazione di moltiplicazione

Moltiplicare la misura angolare per una determinata quantità non è un'operazione diversa da quella fatta con i numeri. Ricorda di moltiplicare per la quantità determinata:

1. i **secondi**;
2. i **primi**;

Esercizio: esegui la moltiplicazione  $42^\circ 45' 34'' \cdot 3$  e esprimi il prodotto in forma normale

- Moltiplica per **3** i **secondi**, poi i **primi** e infine i **gradi**
- Scrivi i **secondi** in forma normale, cancellando i precedenti
- Esegui la somma
- Scrivi i **primi** in forma normale, cancellando i precedenti
- Esegui la somma

$$\begin{array}{r}
 42^\circ \quad 45' \quad 34'' \quad \cdot \\
 \phantom{42^\circ \quad 45' \quad } 3 \quad = \\
 \hline
 126^\circ \quad 135' \quad \cancel{102''} \quad + \\
 \phantom{126^\circ \quad } \downarrow \phantom{135' \quad } \phantom{\cancel{102''} \quad } = \\
 126^\circ \quad \cancel{135'} \quad 42'' \quad + \\
 \phantom{126^\circ \quad } 2^\circ \quad 16' \quad \downarrow \phantom{42'' \quad } = \\
 \hline
 128^\circ \quad 29' \quad 42''
 \end{array}$$

Ora il risultato della moltiplicazione è scritto in forma normale.

## L'operazione di sottrazione

Si potrebbe pensare che la sottrazione, come le altre operazioni che abbiamo visto, sia praticamente uguale.

Questo è vero se le quantità da togliere sono minori del minuendo, sennò occorre fare un prestito.

Ed è proprio il prestito l'insidia di questa operazione.

Se la quantità da togliere è maggiore del minuendo occorre un prestito dal compagno a sinistra:

- se i **gradi** fanno un prestito ai **primi**, ai primi occorrerà aggiungere 60, perché  $1^\circ=60'$ , mentre i **gradi** diminuiranno di 1;
- se i **primi** fanno un prestito ai **secondi**, ai secondi sarà aggiunto 60, perché  $1'=60''$ , mentre i **primi** diminuiranno di 1.

Esercizio: esegui la sottrazione  $122^\circ 24' 31'' - 35^\circ 55' 22''$

- La sottrazione tra i **primi** è possibile? NO
- I **gradi** ne cedono uno ai **primi** ( $1^\circ = 60'$ )
- Metti in evidenza il prestito come sottrazione e addizione
- La sottrazione tra i **secondi** è possibile? SÌ
- Esegui la sottrazione tra i **secondi**, tra i **primi** e poi tra i **gradi**
- Il risultato della sottrazione è scritto in forma normale

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 122^\circ & 24' & 31'' \\
 -1^\circ & +60' & \\
 \hline
 121^\circ & 84' & 31'' \\
 -35^\circ & 55' & 22'' \\
 \hline
 86^\circ & 29' & 9''
 \end{array}
 \end{array}$$

Diagramma illustrativo della sottrazione con prestiti:

- Un arco verde sopra  $122^\circ$  e  $24'$  è etichettato "cede", con una freccia che punta da  $122^\circ$  a  $24'$ .
- Una freccia verde punta da  $24'$  a  $+60'$ .
- Una freccia blu punta da  $31''$  a  $22''$ .

- I **primi** possono cederne uno ai **secondi**? NO
- Allora saranno i **gradi** a cedere un **grado** ai **primi** ( $1^\circ = 60'$ )
- Poi saranno i **primi** a cedere un **primo** ai **secondi** ( $1' = 60''$ )
- Ora che ciascuna sottrazione è possibile scrivila in colonna
- Metti in evidenza il prestito come sottrazione e addizione
- Il risultato della sottrazione è espresso in forma normale? SÍ

$$\begin{array}{r}
 70^\circ \quad 0' \quad 0'' \\
 -1^\circ \quad +60' \quad -1' \quad +60'' \\
 \hline
 69^\circ \quad 59' \quad 60'' \quad - \\
 0^\circ \quad 0' \quad 22'' \quad = \\
 \hline
 69^\circ \quad 59' \quad 38''
 \end{array}$$

Esercizio: esegui la sottrazione  $122^\circ 24' 31'' - 35^\circ 55' 22''$

- Scrivi in modo completo la sottrazione:  $180^\circ 0' 0'' - 12^\circ 40' 52''$
- I **primi** possono cederne uno ai **secondi**? NO
- Allora saranno i **gradi** a cedere un **grado** ai **primi** ( $1^\circ = 60'$ )
- Poi saranno i **primi** a cedere un **primo** ai **secondi** ( $1' = 60''$ )
- Ora che ciascuna sottrazione è possibile scrivila in colonna
- Metti in evidenza il prestito come sottrazione e addizione
- Il risultato della sottrazione è espresso in forma normale? SÍ

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 \text{cede} & & \text{cede} \\
 \curvearrowright & & \curvearrowleft \\
 180^\circ & 0' & 0'' \\
 -1^\circ & +60' & -1' \quad +60'' \\
 \hline
 179^\circ & 59' & 60'' \quad - \\
 12^\circ & 40' & 52'' \quad = \\
 \hline
 167^\circ & 19' & 8''
 \end{array}
 \end{array}$$

## L'operazione di divisione

3. Se la divisione è esatta, si passa alla parte successiva.
4. Se la divisione non è esatta, e ha un resto, ricorda di trasformare il resto:

$1^\circ = 60'$ ,  $2^\circ = 120'$ ,  $3^\circ = 180'$  ... oppure  $1' = 60''$ ,  $2' = 120''$ ,  $3' = 180''$ ...

che dovrà essere aggiunto alla misura alla sua destra

**Esercizio: esegui la divisione  $68^\circ 52' 48'' : 6$**

- Scrivi in colonna la divisione
- Esegui la divisione  $68^\circ : 6$
- Trasforma il resto di  $2^\circ$  in **primi** e lo sommi ai  $52'$  iniziali
- Esegui la divisione  $172' : 6$
- Trasforma il resto di  $4'$  in **secondi** e sommi ai  $48''$  iniziali
- Esegui la divisione  $288'' : 6$
- Non essendoci resto la divisione può considerarsi conclusa

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 68^\circ \\
 -6 \downarrow \\
 \hline
 08 \\
 -6 \\
 \hline
 2^\circ \rightarrow +120'
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 52' \\
 + \\
 \hline
 172' \\
 -12 \downarrow \\
 \hline
 052 \\
 -48 \\
 \hline
 04' \rightarrow +240''
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 48'' \\
 + \\
 \hline
 288'' \\
 -24 \downarrow \\
 \hline
 048 \\
 -48 \\
 \hline
 00''
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \\
 \hline
 11^\circ 28' 48''
 \end{array}
 \end{array}$$