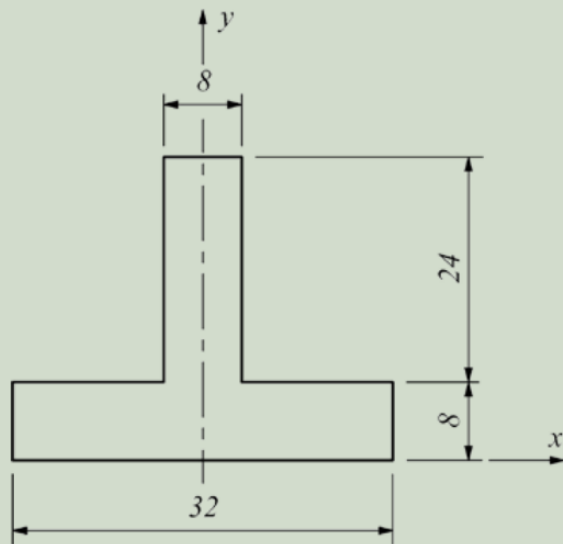


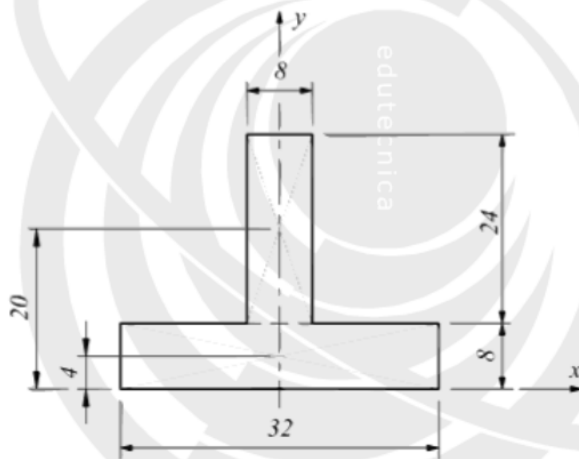
Esercizio 1

Trovare il baricentro per la seguente figura:



$$[x_0=0, y_0=10,86]$$

Esercizio 1:soluzione



La figura è simmetrica rispetto l'asse y , di conseguenza $x_G=0$

Il momento statico rispetto ad x vale:

$$S_x = 256 \cdot 4 + 192 \cdot 20 = 4.864$$

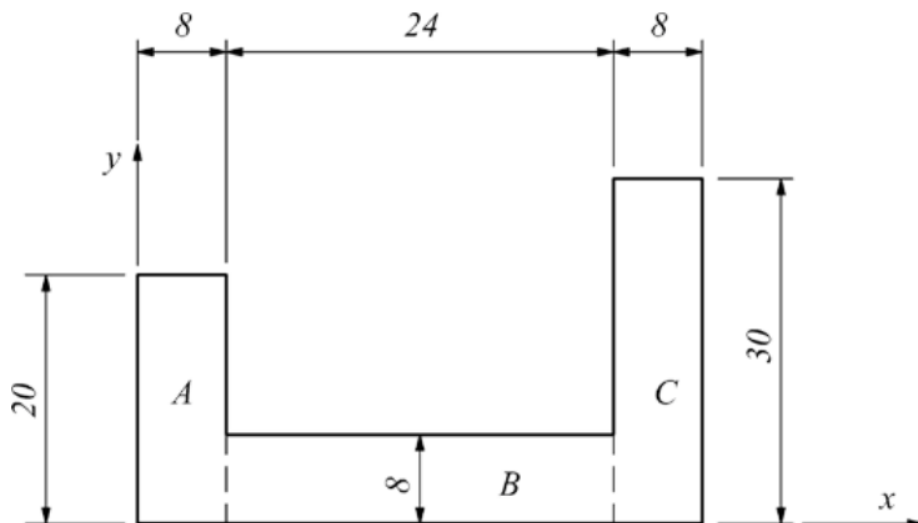
mentre l'area totale vale:

$$S = 256 + 192 = 448$$

$$y_0 = \frac{S_x}{S} = \frac{4.864}{448} = 10,86$$

Esercizio 2

Trovare il baricentro per la seguente figura:



$$[x_o=22,16, y_o=10,08]$$

Esercizio 2:soluzione

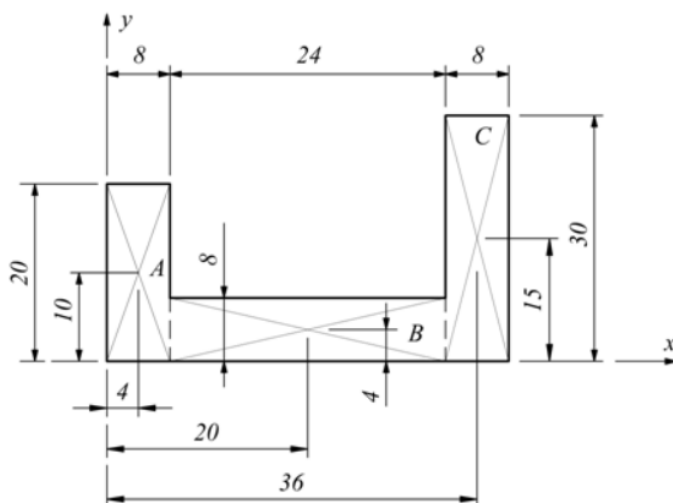
Calcoliamo il momento statico rispetto all'asse x

$$S_y = S_A x_A + S_B x_B + S_C x_C = 160 \cdot 4 + 192 \cdot 20 + 240 \cdot 36 = 13.120$$

$$S_x = S_A y_A + S_B y_B + S_C y_C = 160 \cdot 10 + 192 \cdot 4 + 240 \cdot 15 = 5.968$$

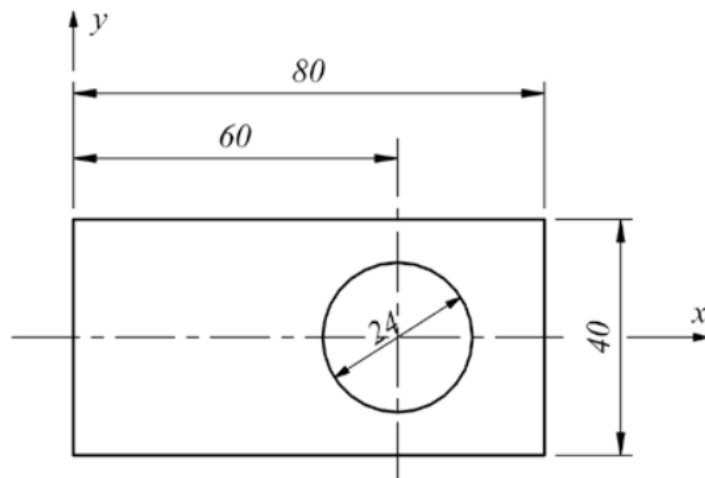
La superficie totale $S = 160 + 192 + 240 = 592$

$$y_o = \frac{S_x}{S} = \frac{5.968}{592} = 10,08 \quad x_o = \frac{S_y}{S} = \frac{13.120}{592} = 22,16$$



Esercizio 3

Trovare il baricentro della seguente figura, dove il foro Ø24 è passante



$$[x_o=36,7, y_o=0]$$

Esercizio 3:soluzione

La figura è simmetrica rispetto l'asse x , di conseguenza $y_o = 0$

Il momento statico della sagoma rettangolare rispetto all'asse y è:

$$S_R = (80 \cdot 40) \cdot 40 = 3200 \cdot 40 = 128.000$$

Per la sagoma circolare il momento statico $S_C = \frac{\pi \cdot 24^2}{4} \cdot 60 = 27.129,6$

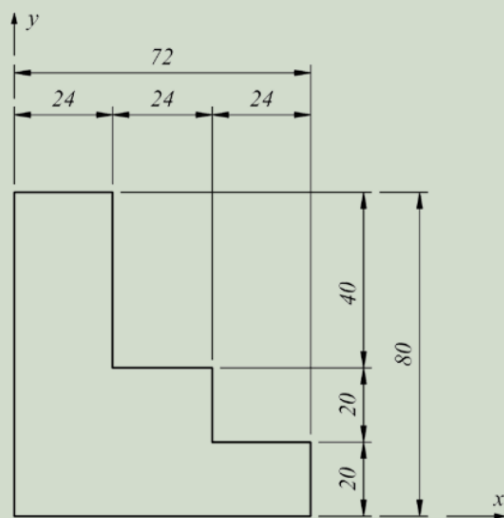
di conseguenza $S_y = 128.000 - 27.129,6 = 100.870,4$

L'area totale è $S = 3200 - \frac{\pi \cdot 24^2}{4} = 2.747,84$

$$x_o = \frac{S_y}{S} = \frac{100.870,4}{2.747,84} = 36,7$$

Esercizio 4

Trovare il baricentro per la seguente figura:



$$[x_o=25,7, y_o=30]$$

Esercizio 4:soluzione

In questo caso scegliamo di suddividere la sagoma in una serie di tre rettangoli.
Come si può osservare:

$$S_y = 1920 \cdot 12 + 960 \cdot 36 + 480 \cdot 60 = 86.400$$

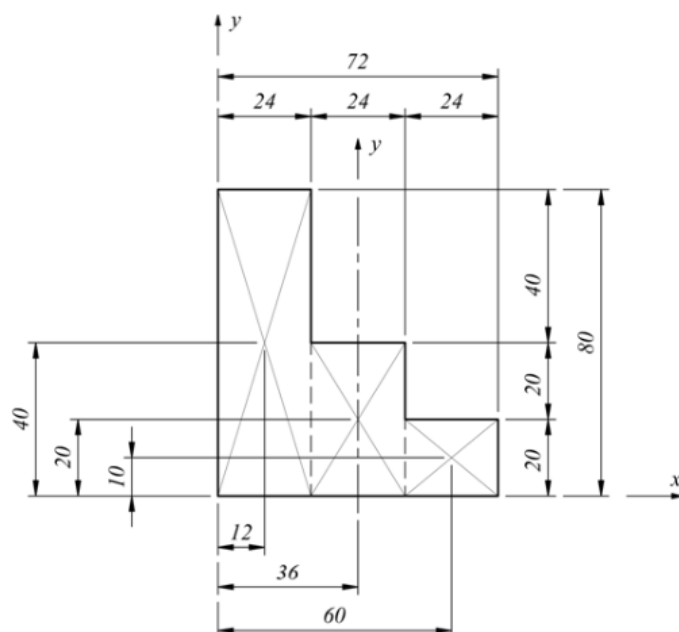
$$S_x = 1920 \cdot 40 + 960 \cdot 20 + 480 \cdot 10 = 100.800$$

L'area totale è la somma dell'area dei tre rettangoli.

$$S = 1920 + 960 + 480 = 3.360$$

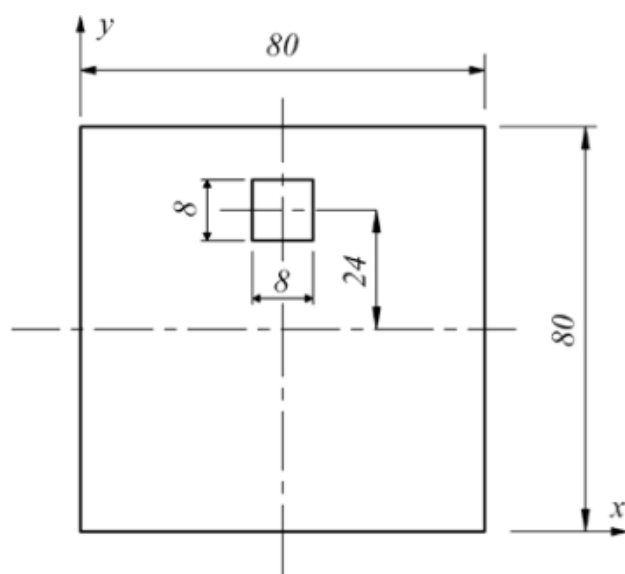
$$x_o = \frac{S_y}{S} = \frac{86.400}{3.360} = 25,7$$

$$y_o = \frac{S_x}{S} = \frac{100.800}{3.360} = 30$$



Esercizio 5

Trovare il baricentro per la seguente figura dove il quadrato 8x8 è un foro passante:



$$[x_o=40, y_o=39,7]$$

Esercizio 5:soluzione

I momenti statici valgono:

$$S_x = (80 \cdot 80) \cdot 40 - (8 \cdot 8) \cdot 64 = 251.904$$

$$S_y = (80 \cdot 80) \cdot 40 - (8 \cdot 8) \cdot 40 = 253.440$$

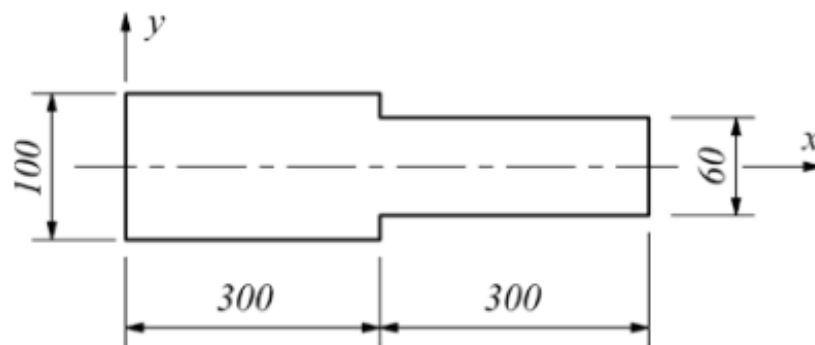
La superficie totale $S = 80 \cdot 80 - 8 \cdot 8 = 6.336$

$$x_o = \frac{S_y}{S} = \frac{253.440}{6.336} = 40$$

$$y_o = \frac{S_x}{S} = \frac{251.904}{6.336} = 39,7$$

Esercizio 6

Trovare il baricentro della seguente figura:



$$[x_o=262,5, y_o=0]$$

Esercizio 6:soluzione

La figura è simmetrica rispetto l'asse x , di conseguenza $y_o = 0$

Il momento statico all'asse y è:

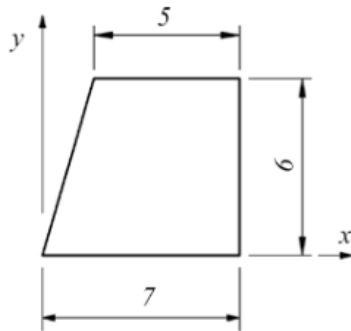
$$S_y = (300 \cdot 100) \cdot 150 + (300 \cdot 60) \cdot 450 = 12.600.000$$

L'area totale è $S = (300 \cdot 100) + (300 \cdot 60) = 48.000$

$$x_o = \frac{S_y}{S} = \frac{12.600.000}{48.000} = 262,5$$

Esercizio 7

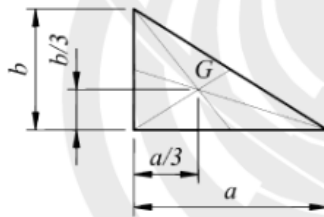
Trovare il baricentro della seguente figura:



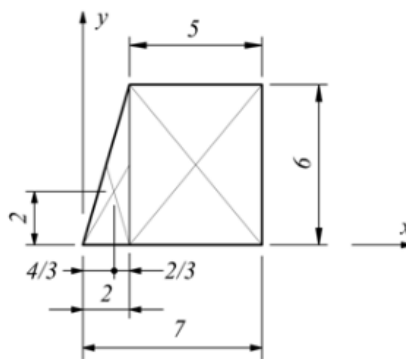
$$[x_o=3,97, y_o=2,83]$$

Esercizio 7:soluzione

Ricordando che per un triangolo il baricentro coincide con l'intersezione delle tre mediane e che vale la proprietà illustrata:



Il trapezio rettangolo è scomponibile in un rettangolo e in un triangolo.



$$S_y = \left(\frac{2 \cdot 6}{2}\right) \cdot \frac{4}{3} + (5 \cdot 6) \cdot 4,5 = 143$$

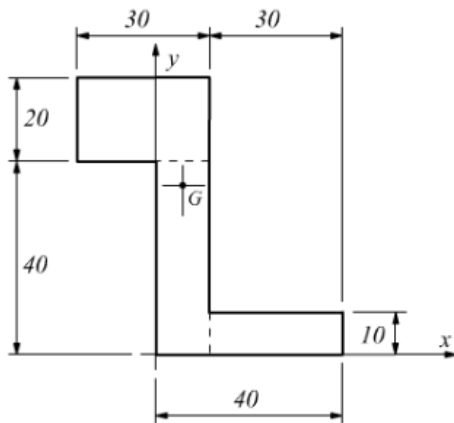
$$S_x = \left(\frac{2 \cdot 6}{2}\right) \cdot 2 + (5 \cdot 6) \cdot 3 = 102$$

$$x_o = \frac{S_y}{S} = \frac{143}{36} = 3,97$$

$$y_o = \frac{S_x}{S} = \frac{102}{36} = 2,83$$

Esercizio 8

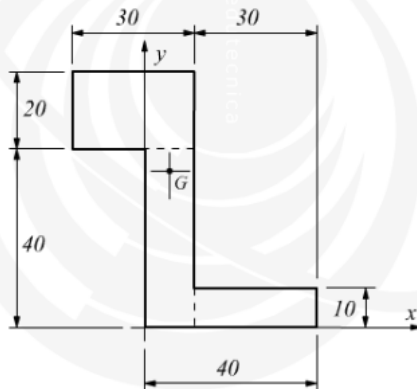
Determinare il baricentro della superficie rappresentata



$$[x_o=5, y_o=30,4]$$

Esercizio 8

Determinare il baricentro della superficie rappresentata



Esercizio 8:soluzione

Rispetto al sistema di riferimento fissato si ha:

$$\begin{aligned} S_x &= \sum_i a_i y_i = \\ &= (20 \cdot 30)50 + (40 \cdot 10)20 + (30 \cdot 10)5 = 39500 \end{aligned}$$

mentre l'area totale è

$$A = \sum_i a_i = 600 + 400 + 300 = 1300$$

si ricava

$$y_o = \frac{S_x}{A} = \frac{\sum_i a_i y_i}{A} = \frac{39500}{1300} = 30,4$$

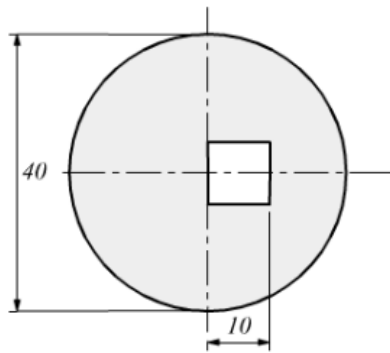
$$\begin{aligned} S_y &= \sum_i a_i x_i = \\ &= (20 \cdot 30)(-5) + (40 \cdot 10)5 + (30 \cdot 10)25 = 6500 \end{aligned}$$

da cui

$$x_o = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum_i a_i x_i}{A} = \frac{6500}{1300} = 5$$

Esercizio 9

Determinare il baricentro della piastra di ferro ($\rho=7,8\text{kg/dm}^3$) con spessore $sp=1\text{cm}$ costante con foro quadrato rappresentata nel disegno dove le misure sono in cm.



[0,43cm a sinistra rispetto al centro del cerchio]

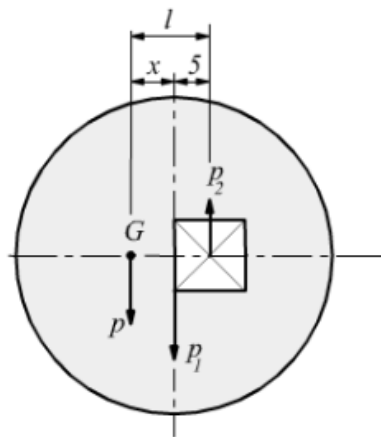
Esercizio 9:soluzione

Per ragioni di simmetria il baricentro si troverà sull'asse orizzontale della piastra circolare che se fosse totalmente piena peserebbe

$$p_1 = mg = \rho Vg = 7,8 \cdot 0,1(4\pi) \cdot 9,81 = 96,15 \text{ N}$$

mentre il peso della porzione quadrata mancante sarebbe

$$p_2 = \rho Vg = 7,8(0,1)9,81 = 7,65 \text{ N}$$



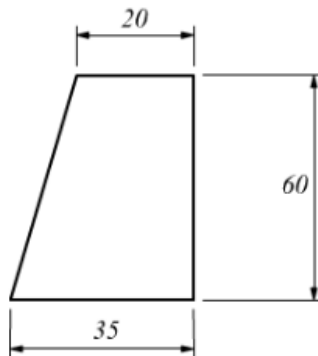
poi si imposta la proporzione

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{l}{x} = \frac{x+5}{x} \longrightarrow \frac{p_1}{p_2} = 1 + \frac{5}{x}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right) = \frac{5}{x} \longrightarrow x = \frac{5}{\left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right)} = 0,43 \text{ cm}$$

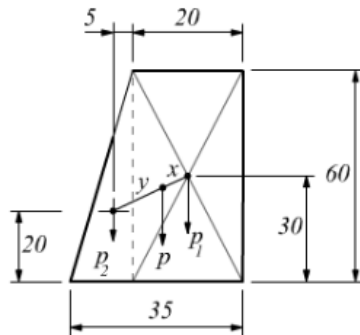
Esercizio 10

Determinare la posizione del baricentro del trapezio disegnato assumendo le unità di misura in cm.



Esercizio 10: soluzione

Il trapezio può essere diviso in un rettangolo e in un triangolo.



In mancanza di dati, assumiamo che i vettori peso siano proporzionali alle aree

$$p_1 = 20 \cdot 60 = 1200$$

$$p_2 = \frac{1}{2} 15 \cdot 60 = 450$$

la distanza tra i due baricentri parziali può essere ottenuta come

$$x + y = \sqrt{10^2 + 15^2} = 18 \text{ cm}$$

poi si fa la proporzione

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{y}{x} = \frac{18-x}{x} = \frac{18}{x} - 1$$

$$x = \frac{18}{1 + \frac{p_1}{p_2}} = \frac{18}{1 + \frac{1200}{450}} = 5 \text{ cm}$$

quindi il baricentro effettivo si trova sulla congiungente i due baricentri parziali (quello del triangolo e quello del rettangolo) ad una distanza di 5 cm dal baricentro del rettangolo.